



MATURITA 2011
EXTERNÁ ČASŤ
MATEMATIKA

NEOTVÁRAJTE, POČKAJTE NA POKYN!
PREČÍTAJTE SI NAJPRV POKYNY K TESTU.

- Test obsahuje **30 úloh**.
- Na vypracovanie testu budete mať **120 minút**.
- V teste sa stretnete s dvoma typmi úloh:
 - Pri úlohách s krátkou odpoveďou napíšete jednotlivé číslice výsledku do príslušných políček odpoveďového hárka. Rešpektujte pritom predtlačенú polohu desatinnej čiarky.
 - Pri úlohách s výberom odpovede vyberte správnu odpoveď spomedzi niekoľkých ponúkaných možností, z ktorých je vždy správna iba jedna. Správnu odpoveď zaznačte krížikom do príslušného políčka odpoveďového hárka.
- Z hľadiska hodnotenia sú všetky úlohy rovnocenné.
- Pri práci smiete používať iba písacie potreby, kalkulačku a prehľad vzťahov, ktorý je súčasťou tohto testu. Nesmiete používať zošity, učebnice ani inú literatúru.
- Poznámky si robte na pomocný papier. Na obsah pomocného papiera sa pri hodnotení neprihliada.
- **Podrobnejšie pokyny na vyplňovanie odpoveďového hárka sú na poslednej strane testu. Prečítajte si ich.**

Želáme vám veľa úspechov.

Začnite pracovať, až keď dostanete pokyn!

Časť I

- Vyriešte úlohy **01** až **20** a do odpovedového hárka zapíšete vždy **iba výsledok** – nemusíte ho zdôvodňovať ani uvádzať postup, ako ste k nemu dospeli.
- Výsledok zapisujte do odpovedového hárka **pomocou desatinných čísel**.
- Pri zápise rešpektujte predtlačенú polohu desatinnej čiarky.
- Výsledky uvádzajte buď presné, alebo – ak je to v zadaní úlohy uvedené – zaokrúhlené podľa pokynov zadania (obvykle to bude s presnosťou na dve desatinné miesta).
- Znamienko – (mínus) napíšete do samostatného políčka pred prvú číslicu.
- Označenie jednotiek (stupne, metre, minúty, ...) **nezapisujete** do odpovedového hárka.
- Ak je váš výsledok celé číslo, **nevypíňajte** políčka za desatinnou čiarkou.

Napríklad:

výsledok $-33,1$	zapište	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
výsledok 5 cm	zapište	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
výsledok $327,19^\circ$	zapište	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
výsledok $2:5$	zapište	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

- Obrázky slúžia len na ilustráciu, nahrádzajú vaše náčrty, dĺžky a uhly v nich nemusia presne zodpovedať údajom zo zadania úlohy.

1 Vypočítajte koreň rovnice $\log(3x+12)=\log(5x-18)$.

2 Do finále plaveckej súťaže postúpilo osem plavcov. Určte, koľko rôznych umiestnení môže nastať na troch medailových miestach, ak každú medailu získa iný plavec.

3 Dve miesta majú na mape s mierkou $1:10\,000$ vzdialenosť 85 mm . Zistite, aká bude vzdialenosť týchto dvoch miest na mape s mierkou $1:25\,000$. Výsledok zapíšete v milimetroch.

4 Určte dvojciferné prirodzené číslo deliteľné deviatimi, ktoré je štyrikrát väčšie ako súčet jeho cifier.

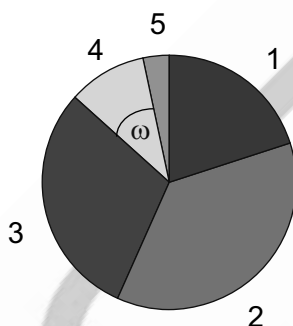
5 Vypočítajte koreň rovnice $(x+2011)^{20}=0$.

- 6 V trojuholníku ABC je pomer dĺžok strán $a : b = 1 : 2$ a uhol $\alpha = 30^\circ$. Určte v stupňoch veľkosť najväčšieho vnútorného uhla trojuholníka ABC .

- 7 Určte reálne číslo c tak, aby číslo 4 bolo koreňom rovnice $3x^2 - 2x + c = 0$.

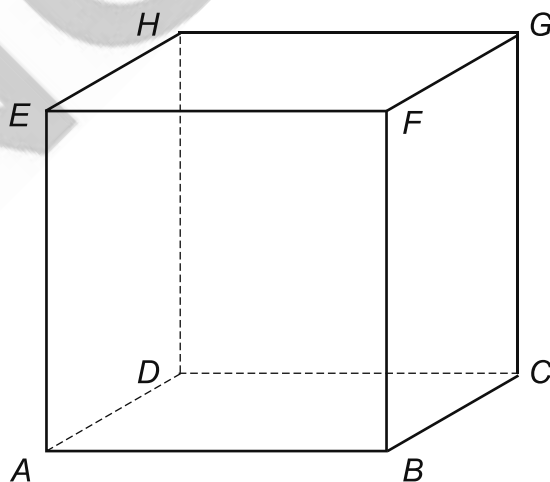
- 8 Koncoročné hodnotenie žiakov z matematiky je znázornené v nasledujúcej tabuľke a diagrame.

Známka	1	2	3	4	5
Počet žiakov	6	11	9	3	1



Určte v stupňoch veľkosť uhla ω prislúchajúceho známke 4 v uvedenom diagrame.

- 9 Rez kocky $ABCDEFGH$ rovinou ACH je rovnostranný trojuholník s obvodom 18 cm. Vypočítajte dĺžku hrany kocky. Výsledok zapíšte v centimetroch s presnosťou na dve desatinné miesta.



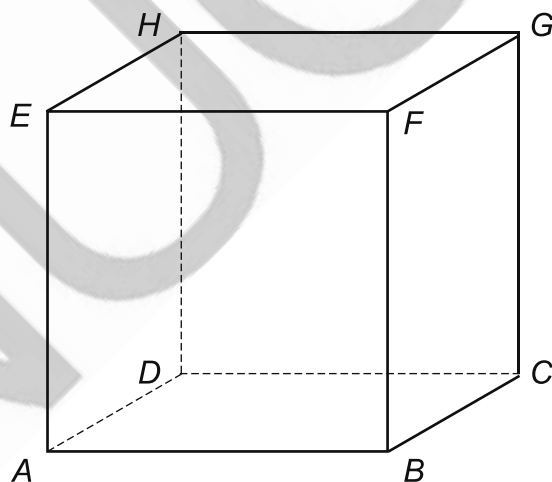
10 Určte korene rovnice $\cos x = \cos 12^\circ$ z intervalu $\langle -90^\circ; 360^\circ \rangle$. Do odpoveďového hárka zapíšte súčet koreňov tejto rovnice z daného intervalu.

11 V divadle je na prízemí 20 radov sedadiel. V prvom rade je 16 sedadiel, v každom nasledujúcom rade je o dve sedadlá viac ako v predchádzajúcom. Určte počet všetkých sedadiel na prízemí divadla.

12 Hádzeme dvoma hracími kockami (červenou a bielou). Zistite, aká je pravdepodobnosť, že súčet hodených bodov na oboch kockách bude päť. Výsledok zapíšte ako desatinné číslo z intervalu $\langle 0; 1 \rangle$ s presnosťou na dve desatinné miesta.

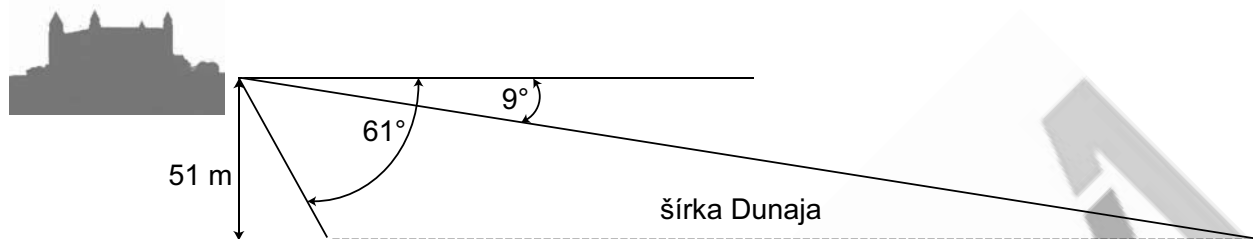
13 Tri plastelínové gule majú polomery $r_1 = 3$ cm, $r_2 = 4$ cm a $r_3 = 5$ cm. Z týchto troch gulí sa vymodelovala jedna veľká guľa. Vypočítajte v centimetroch polomer vzniknutej gule.

14 Daná je kocka $ABCDEFGH$. Vypočítajte uhol stenovej uhlopriečky BG a telesovej uhlopriečky HB . Výsledok zapíšte v stupňoch s presnosťou na dve desatinné miesta.



15 Dané sú priamky určené rovnicami $2x + 3y - 18 = 0$ a $3x - y - 5 = 0$. Určte vzdialenosť priesečníka daných priamok od začiatku súradnicovej sústavy $[0; 0]$.

- 16** Študent geodetickej školy meria z Bratislavského hradu šírku Dunaja. Keď zameriava v rovine kolmej na riek, vidí brehy Dunaja v hĺbkových uhloch 61° a 9° (pozrite obrázok). Výška stanovišťa študenta nad hladinou Dunaja je 51 metrov. Určte šírku Dunaja podľa nameraných hodnôt. Výsledok zapíšte zaokrúhlený na celé metre.

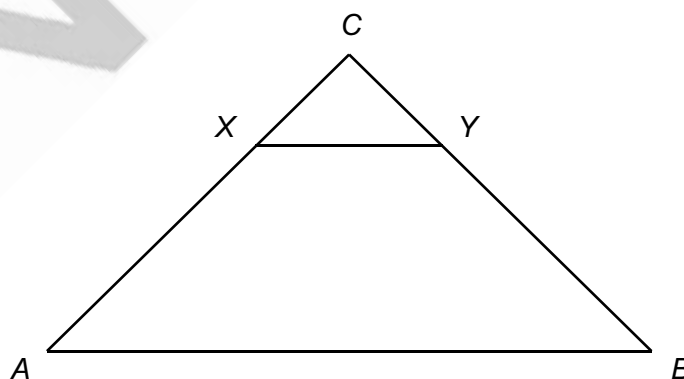


- 17** V geometrickej postupnosti je druhý člen $a_2 = 6$ a piaty člen $a_5 = 162$. Určte súčet prvých piatich členov tejto postupnosti.

- 18** Kocku rozrežeme tromi rôznymi rovinami na menšie kocky. Každá rovina prechádza stredom kocky a je rovnobežná s niektorou dvojicou rovnobežných stien kocky. Určte pomer súčtu povrchov všetkých vzniknutých malých kociek a povrchu pôvodnej kocky.

- 19** Konvexný mnohoúhelník má 35 uhlopriečok. Určte počet strán tohto mnohoúhelníka.

- 20** V rovnoramennom trojuholníku ABC je úsečka XY rovnobežná so základňou trojuholníka. Úsečka XY rozdelí trojuholník ABC na menší trojuholník a lichobežník (pozrite obrázok). Obsah menšieho trojuholníka a obsah lichobežníka sú v pomere 1:8. Určte dĺžku úsečky XY , ak $|AB| = 9$ a $|AC| = |BC| = 6$.



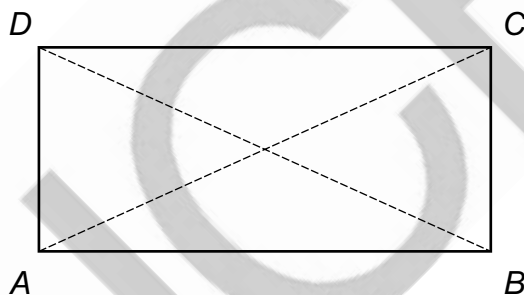
Časť II

V každej z úloh **21** až **30** je správna práve jedna z ponúkaných odpovedí **(A)** až **(E)**. Svoju odpoveď označte krížikom v príslušnom políčku odpovedového hárka. Obrázky slúžia len na ilustráciu, nahrádzajú vaše náčrty, dĺžky a uhly v nich nemusia presne zodpovedať údajom zo zadania úlohy.

21 Koľko je všetkých trojciferných prirodzených čísel deliteľných piatimi, ktorých ciferný súčet je štyri?

- (A) 5
- (B) 4
- (C) 3
- (D) 2
- (E) 1

22 Pomer dĺžok strán obdĺžnika $ABCD$ je $\sqrt{3}:1$. Určte veľkosť menšieho z uhlov uhlopriečok obdĺžnika $ABCD$.



- (A) 60°
- (B) 120°
- (C) 130°
- (D) 70°
- (E) 30°

23 Dané sú množiny $A = \{x \in \mathbb{Z}; x^2 > 17\}$ a $B = \{-16; -5; -3; 0; 8; 18\}$. Koľko prvkov má množina $B - A$?

- (A) 0
- (B) 1
- (C) 2
- (D) 3
- (E) 4

24 V triede je 11 chlapcov a 14 dievčat. Zo žiakov triedy sa náhodne vyberú dvaja žiaci na testovanie. Aká je pravdepodobnosť, že vybraní žiaci budú rovnakého pohlavia?

(A) $\frac{73}{150}$

(B) $\frac{77}{150}$

(C) $\frac{91}{300}$

(D) $\frac{11}{60}$

(E) $\frac{41}{60}$

25 Zistite definičný obor funkcie $f: y = \sqrt{\frac{1-x}{x-2}} + 2$.

(A) $(2; 3)$

(B) $(-\infty; 2) \cup (3; \infty)$

(C) $(-\infty; 2) \cup (2; \infty)$

(D) $\langle 3; \infty$

(E) $(-\infty; 2) \cup \langle 3; \infty$

26 Určte, koľko z nasledovných tvrdení je pravdivých.

- Ak $x \in B$ a $x \notin A$, tak $x \in B - A$.
- Ak $x \in B$ a $x \notin A$, tak $x \in A \cup B$.
- Ak $x \in A \cup B$, tak $x \in A$ a súčasne $x \in B$.
- Ak $x \notin A \cap B$, tak $x \notin A$ a súčasne $x \notin B$.
- Ak $x \in A \cap B$, tak $x \in A$ alebo $x \in B$.

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4

(E) 5

27 Dva pravidelné štvorsteny majú povrchy 84 cm^2 a 189 cm^2 . V akom pomere sú ich objemy?

- (A) 2:3
- (B) 4:9
- (C) 4:27
- (D) 8:27
- (E) 3:8

28 Grafom funkcie $f: y = \frac{x^2 - 6x + 9}{x - 3}$ je

- (A) parabola.
- (B) parabola bez jedného bodu.
- (C) hyperbola (graf lineárnej lomenej funkcie).
- (D) priamka.
- (E) priamka bez jedného bodu.

29 Určte najväčšiu hodnotu výrazu $|x - y|$, ak pre reálne čísla x, y platí $|x - 4| \leq 2$ a $|10 - y| \leq 3$.

- (A) 5
- (B) 7
- (C) 11
- (D) 13
- (E) 19

30 Daná je priamka, ktorá prechádza bodmi $A[-3; 22]$ a $B[33; -2]$. Určte počet všetkých bodov tejto priamky, ktorých obidve súradnice sú kladné celé čísla.

- (A) 3
- (B) 5
- (C) 7
- (D) 9
- (E) 11

KONIEC TESTU

Vyhlasenie o autorstve

Toto dielo a jeho obsah (vrátane grafickej úpravy a usporiadania) je chránené autorským právom podľa zákona č. 618/2003 Z. z. o autorskom práve a právach súvisiacich s autorským právom (autorský zákon) v znení neskorších predpisov.

Nositeľom majetkových práv k autorskému dielu je Národný ústav certifikovaných meraní vzdelávania (NÚCEM), ktorý je oprávnený vykonávať tie majetkové práva k dielu, ktoré sú vyhradené.

Na každé použitie tohto diela, najmä na vyhotovenie jeho rozmnoženiny, verejné prezentovanie a rozširovanie originálu diela alebo jeho rozmnoženiny predajom alebo inou formou prevodu vlastníckeho práva a spracovanie diela je potrebný predchádzajúci písomný súhlas NÚCEM.

Akékoľvek použitie diela bez súhlasu NÚCEM môže mať za následok postihnutie občianskoprávnou alebo trestnoprávnou cestou, vznik zodpovednosti za škodu spôsobenú nositeľovi majetkových práv alebo autorovi v zmysle ustanovení Občianskeho zákonníka a Trestného zákona, prípadne uplatnenie iných práv NÚCEM vyplývajúcich mu z autorského zákona a iných právnych predpisov.

NÚCEM

PREHLAD VZŤAHOV

Mocniny:

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y} \quad (a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x} \quad a^{-x} = \frac{1}{a^x} \quad a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$$

Goniometrické funkcie:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x \quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

x	0°	30°	45°	60°	90°
sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometria:

Sínusová veta: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r$ Kosínusová veta: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$

Logaritmus: $\log_z(x \cdot y) = \log_z x + \log_z y$

$$\log_z \frac{x}{y} = \log_z x - \log_z y$$

$$\log_z x^k = k \cdot \log_z x$$

$$\log_y x = \frac{\log_z x}{\log_z y}$$

Aritmetická postupnosť: $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$

$$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

Geometrická postupnosť: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

$$s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}, \quad q \neq 1$$

Kombinatorika:

$$P(n) = n!$$

$$V(k, n) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

$$C(k, n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

$$P'(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$$

$$V'(k, n) = n^k$$

$$C'(k, n) = \binom{n+k-1}{k}$$

Analytická geometria:

Parametrické vyjadrenie priamky: $X = A + t \vec{u}, \quad t \in R$

Všeobecná rovnica priamky: $ax + by + c = 0; [a; b] \neq [0; 0]$

Uhol vektorov: $\cos \varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$

Vzdialenosť bodu $M[m_1; m_2]$ od priamky $p: ax + by + c = 0$: $|Mp| = \frac{|am_1 + bm_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Stredový tvar rovnice kružnice: $(x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2$

Objemy a povrchy telies:


	kváder	valec	ihlan	kužeľ	guľa
objem	abc	$\pi r^2 v$	$\frac{1}{3} S_p v$	$\frac{1}{3} \pi r^2 v$	$\frac{4}{3} \pi r^3$
povrch	$2(ab + ac + bc)$	$2\pi r^2 + 2\pi r v$	$S_p + S_{pl}$	$\pi r^2 + \pi r s$	$4\pi r^2$


Pokyny na vyplňovanie odpoveďového hárka



Odpoveďové hárky budú skenované, nesmú sa kopírovať.
Aby skener vedel prečítať vaše odpovede, musíte dodržať nasledujúce pokyny:


- Píšte perom s čiernou alebo modrou náplňou. Nepoužívajte tradičné plniace perá, veľmi tenko píšuče perá, obyčajné ceruzky ani pentelky.
- Textové polia (kód školy, kód testu, kód žiaka, ...) vyplňujte veľkými tlačnými písmenami alebo číslicami podľa nižšie uvedeného vzoru. Vpisované údaje nesmú presahovať políčka určené na vpisovanie.






A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

- Riešenia úloh s výberom odpovede zapisujte krížikom .
 - **Správne zaznačenie odpovede**

A	B	C	D	E
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
 - **Nesprávne zaznačenie odpovede**

A	B	C	D	E
<input type="checkbox"/>		<input type="checkbox"/>		<input type="checkbox"/>
- V prípade chybného vyplnenia údajov alebo odpovedí postupujte podľa nasledujúcich pokynov. V žiadnom prípade nepožadujte nový odpoveďový hárak.
- Keď sa pomýlite alebo neskôr zmeníte názor, úplne zaplňte políčko s nesprávnym krížikom a urobte nový krížik.

A	B	C	D	E
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
- Ak náhodou znovu zmeníte názor a chcete zaznačiť pôvodnú odpoveď, urobte krížiky do všetkých políčok a zaplnené políčko dajte do krúžku.

A	B	C	D	E
				
- Jednotlivé číslice riešenia úlohy s krátkou odpoveďou napíšte do príslušných políčok podľa vyššie uvedeného vzoru. Rešpektujte pritom predtlačенú polohu desatinnej čiarky. Do políčka napíšte najviac jednu číslicu, resp. znak „-“.
 - **Správne** zapísaný výsledok $-3,1$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-	3	,	1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	--------------------------	---	---	---	---	--------------------------	--------------------------	--------------------------
 - **Nesprávne** zapísaný výsledok $-3,1$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-	,	3	,	1	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	---	---	---	---	---	--------------------------
 - Oprava predchádzajúceho zápisu $-3,1$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-	3	<input type="checkbox"/>	,	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1
--------------------------	--------------------------	---	---	--------------------------	---	--------------------------	--------------------------	--------------------------	---
 - alebo

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-	3	<input type="checkbox"/>	,	1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	---	---	--------------------------	---	---	--------------------------	--------------------------	--------------------------

Neotvárajte test, pokiaľ nedostanete pokyn!