



Európska únia

Európsky sociálny fond

NÚCEM

NÁRODNÝ ÚSTAV CERTIFIKOVANÝCH
MERANÍ VZDELÁVANIA



Moderné vzdelávanie pre vedomostnú spoločnosť/Projekt je spolufinancovaný zo zdrojov EÚ

Workshop - hry

Hra Minišportka

- V hre Minišportka sa losujú dve čísla z množiny $\{1,2,3,4,5\}$.
- Na začiatku vyučovacej hodiny dostanú žiaci losovací kupón

Meno:				
1	2	3	4	5

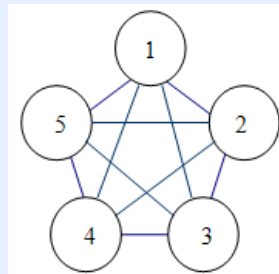
- Hráči (žiaci) napíšu na kupón svoje meno a zaškrtnú na kupóne dve čísla (cez vybrané čísla napíšu x), teda tipujú výsledok losovania
- Kupón po vyplnení odovzdajú zberačovi kupónov, napr. pani učiteľke
- Hráč, ktorý tipoval vylosované čísla dostane odmenu.
- Losovanie sa uskutoční na konci hodiny.

Metodické pokyny k hre Minišportka

- Hra Minišportka je náhodná hra, ktorá má 10 rovnako možných výsledkov, zapísať ich môžeme napr. v tvare

12	13	14	15
	23	24	25
		34	35
			45

- Sú to dvojprvkové kombinácie množiny piatich rôznych čísel. Počet týchto kombinácií ľahko vypočítame, ak si čísla 1,2,3,4,5 zapíšeme do vrcholov päťuholníka. Každá kombinácia je určená úsečkou spájajúcou dva vrcholy päťuholníka.



Ťahanie guľôčky

- **Cieľ:** Pomocou pomeru vytiahnutých guľôčok odhadnúť počet guľôčok jednotlivých farieb, ak poznáme celkový počet guľôčok. Precvičenie pojmu šanca.
- **Ročník:** 5. – 9. ročník
- **Pomôcky:** farebné guľôčky (5 červených a 5 bielych), nepriehľadné vrecúško, papier, pero

Pravidlá hry

- Do nepriehľadného vrecúška dá vedúci hry (učiteľ) 10 guľôčok (napríklad 5 bielych a 5 červených). Hráči vedia, že vo vrecúšku je 10 guľôčok, ale nepoznajú ich farby.
- Z tohto vrecúška každý hráč desaťkrát náhodne vytiahne jednu guľôčku, zapíše si jej farbu a vráti ju do vrečka.
- Na základe počtu zapísaných desiatich farieb urobí každý hráč **prvý typ** - typuje skladbu guľôčok vo vrecúšku (farbu a počet guľôčok tejto farby). Svoj typ si zapíše.
- Následne sa **zosumarizujú získané výsledky** od každého hráča. Každý hráč nahlási počty zapísaných farieb a tieto počty sa sčítajú.
- Na základe sumarizácie hráči urobia **druhý typ** - opäť tipujú skladbu guľiek a zapíšu si svoj druhý typ.
- Na záver sa hráči pozrú do vrecúška a skontrolujú svoje typy. Udelia sa dva typy cien. Cenu prvého typu vyhrávajú hráči, ktorí majú správny prvý typ a cenu druhého typu vyhrávajú hráč, ktorí majú správny druhý typ.

Metodické pokyny

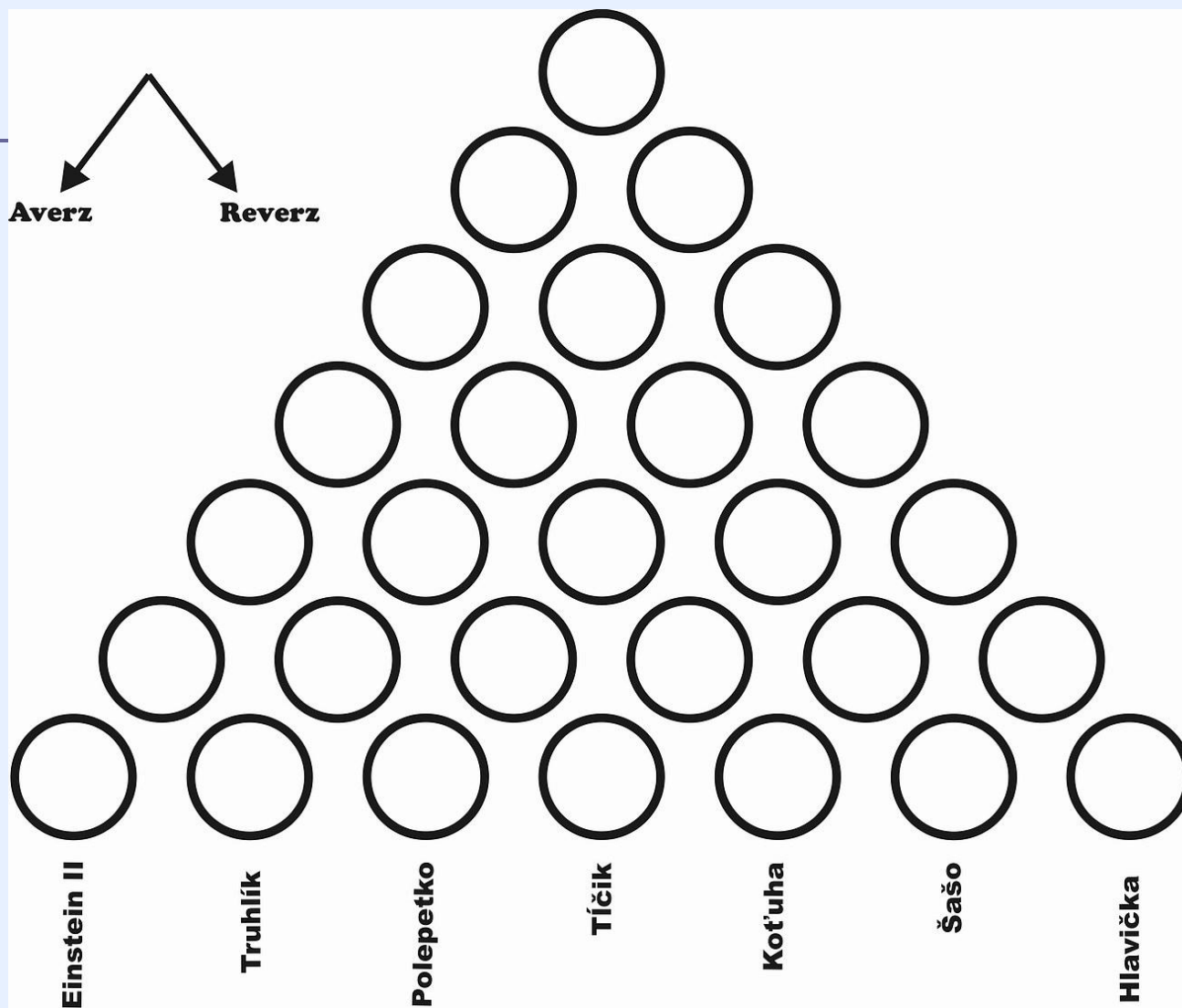
- Prostredníctvom uskutočnenia dostatočného množstva náhodného ťahania guľôčok z vrecúška s vrátením a zapísania týchto výsledkov, môžeme odhadnúť, aké guľôčky sa nachádzajú vo vrecúšku.
- Na základe **pomeru počtu farebne odlišených vytiahnutých** guľôčok odhadneme šancu vytiahnutia daných farebných guľôčok a na základe nej sa pokúsime určiť skutočné počty farebných guľôčok vo vrecúšku.
- Napríklad, ak sme vytiahnutím získali 47 červených a 53 bielych guľôčok, určíme pomer počtu červených a bielych guľôčok, teda 47:53. Po delení desiatimi dostaneme pomer 4,7:5,3 a po zaokrúhlení dostaneme pomer 5:5. Teda, šanca, že vytiahnem červenú guľôčku je 5:5. Žiak by mal typovať výsledok 5 červených a 5 bielych guľôčok.
- Následne môžeme meniť počty farebných guľôčok vo vrecúškach. Musíme však zrealizovať dostatočné množstvo vytiahnutí tak, aby bol odhad dobrý.
- Treba si dať pozor na zloženie guľiek vo vrecúšku. Dať do vrecúška 1 bielu a 9 červených guľiek nie je správne. Šanca, že vytiahneme túto jednu bielu guľku je dosť malá.
- Pre urýchlenie priebehu hry je vhodné vyrobiť viac vreciek s rovnakým obsahom guľiek.

Veštiaca Galtonova doska

- **Cieľ:** Pochopiť pojmom náhodný jav
- **Ročník:** 7. -9. ročník
- **Pomôcky:** minca, hrací plán, figúrka
- **Pravidlá hry:**
 - Každý hráč dostane hrací plán, mincu a figúrku.
 - Na začiatku hry položíme figúrku na východiskovú polohu, ktorou je hlavný vrchol (temeno) trojuholníka, cieľovou polohou je ľubovoľný krúžok ležiaci na základni tohto trojuholníka.
 - Hráč hádže mincou a podľa toho, či padne líce (averz - tá strana mince, na ktorej je vyznačený vydavateľ mince), alebo rub, zaujme ďalšiu polohu v hracom pláne v zmysle priloženej legendy (averz - doľava, reverz – doprava).
 - Aby sa hráč dostal na základňu, je potrebných 6 hodov mincou.
 - Ak sa hráč ocitol v cieľovej polohe, prečíta si zodpovedajúci odkaz.

ŠTART

CIEĽ



Metodické pokyny

- Po skončení hry, vyzveme žiakov, aby zdvihli ruku Einsteinovia, Truhlíci a pod. a výsledky zapíšeme na tabuľu. Všímame si počty žiakov v jednotlivých cieľových skupinách. Žiaci určite odhalia, že tu platí istá zákonitosť správania tohto náhodného javu.
- Následne môžeme so žiakmi hľadať **počty ciest**, ktoré vedú k jednotlivým cieľovým polohám. Posun figúrky doprava si môžeme označiť 1 a doľava 0. Takto môžeme zakódovať všetky cesty pomocou postupnosti núl a jednotiek. Dostaneme tak šesťčlenné variácie núl a jednotiek (variácie s opakovaním, je ich 64)
- Pád veľkého počtu guľôčok po Galtonovej doske nám umožňujeme simulovať program **Plinko probability** (http://phet.colorado.edu/sims/plinko-probability/plinko-probability_en.html), alebo aj program **Quincunx** (<http://www.mathsisfun.com/data/quincunx.html>), ktoré sú voľne dostupné na internete.
- Ďalej môžeme položiť otázku, čím môžeme nahradiť mincu pri hre? (2 farebné guľôčky vo vrecúšku, kocka – párne čísla a nepárne čísla, ruleta – čierne a červené políčka, hracie karty- buď len 2 karty vyberiem, alebo 2 farby (rovnaký počet z každej farby)

Hádaj poradie

- **Cieľ:** Nájsť najlepšiu stratégiu hádania usporiadania štyroch rôznofarebných kociek.
- **Ročník:** 6. ročník
- **Pomôcky:** 4 rôznofarebné kocky pre každého žiaka, kus farebného kartónu



Pravidlá hry

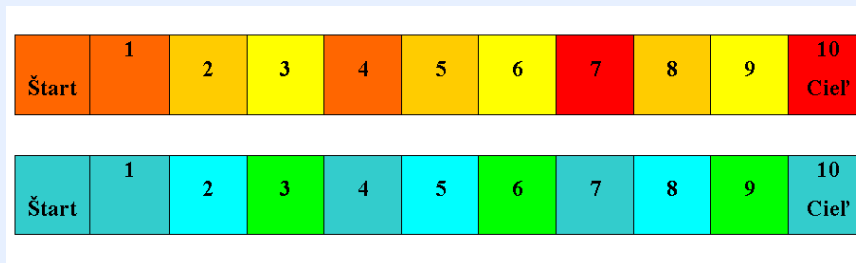
- Hru hrajú dvaja hráči, ktorí sedia oproti sebe. Každý z hráčov dostane farebné kocky
 - *Hráč A* dostane 4 rôznofarebné kocky
 - *Hráč B* desať takýchto štvoríc kociek.
- *Hráč A* usporiada svoje štyri farebné kocky a postaví pred ne farebný papier tak, aby spoluhráč nevidel jeho kocky.
- *Hráč B* usporiada svoje štyri kocky a opýta sa *hráča A*, ktoré kocky umiestnil správne.
- *Hráč B* si vezme ďalšie 4 kocky a snaží sa nesprávne umiestnené kocky správne preusporiadať. Opäť sa pýta, ktoré kocky umiestnil správne.
- Po uhádnutí usporiadania sa hráči vymenia.
- Vyhráva hráč, ktorý na uhádnutie správneho poradia potreboval menej otázok.

Metodické pokyny

- Po skončení hry vyhodnotíme, ktorý hráč v triede získal najväčší počet bodov.
- Následne urobíme v triede prieskum, aké stratégie používali žiaci pri hádaní.
- **Hru sa môžeme zahrať** aj tak, že *Hráč B* bude hádať umiestnenie farebných kociek postupne. Najprv háda farbu prvej kocky. Keď ju uhádne, háda farbu druhej kocky ap. Následne budeme porovnávať stratégie hádania a určíme výhodnejšiu.

Hra o desiatku

- **Cieľ:** Pochopiť pojmu náhodný jav. Vedieť určiť počet priaznivých možností danému náhodnému javu zo všetkých možností.
- **Ročník:** 6. ročník
- **Pomôcky:** hracia kocka, 2 figúrky a 2 hracie polia (farebný pásik s číslami od 1 po 10) pre každú dvojicu hráčov, papier, pero



Pravidlá hry

- Hru hrajú dvaja hráči. Každý z nich má svoju vlastnú hraciu plochu a figúrku.
- Hráči postavlia figúrku na políčko **Štart**.
- Hráč 1 hodí kockou a pohne svojou figúrkou po hracom poli podľa počtu bodiek na kocke.
- Po ňom hádže kockou hráč 2 a podľa počtu bodiek na kocke pohne svojou figúrkou po svojom hracom poli.
- Ak hráčovi padne na kocke väčší počet bodiek ako je chýbajúcich políčok, nesmie pohnúť figúrkou.
- Vyhráva hráč, ktorý sa ako prvý dostane so svojou figúrkou na políčko s číslom 10.

Metodické pokyny

- Po skončení hry sa spoločne zamyslíme nad pravdepodobnosťou výhry v tejto hre. Je výhodou začínať?
- Vypíšeme všetky možnosti, ktorými sa viem dostať na políčko s číslom 10, pričom neuvažujeme tie hody kockou, kedy nemôžeme pohnúť figúrkou po hracom poli. Hľadáme teda priaznivé možnosti pre našu hru.
- Následne žiakom ukážeme **simuláciu tejto hry na PC**

Jednák a Dvoják

- **Cieľ:** Zaoberať sa pojmom spravodlivá hra. Vedieť zistiť, či je hra spravodlivá. Uvedomiť si pojem náhodný jav v hre.
- **Ročník:** 7. ročník
- **Pomôcky:** dve kocky

Pravidlá hry

- Na začiatku hry sa dvaja hráči dohodnú, ktorý z nich bude **Jednák** a ktorý **Dvoják**
 - Jednák získava za každú výhru v hode **jeden bod** a patria mu nasledovné čísla hracej kocky 1, 2, 5, 6,
 - Dvoják získava za každú výhru v hode **dva body** a patria mu čísla 3, 4 na hracej kocke.
- Následne hádžu hráči striedavo hracou kockou a podľa toho, čie číslo padne, si pripíšu body.
- Po odohratí desiatich hier sa body sčítajú a vyhrá ten, čo získa najviac bodov.

- **Obmena 1:**
 - Hráči si ľubovoľne rozdelia čísla hracej kocky.
- **Obmena 2:**
 - Hráči hádžu dvoma kockami naraz. Padnuté počty bodiek sčítajú. V hodoch sa striedajú. Jedna hra pozostáva z jedného hodu dvoma kockami. Ak vzniknú súčty 2, 3, 4, 5, 9, 10, 11, 12, získava jeden bod Jednák. Ak padnú súčty 6, 7, 8, získava dva body Dvoják.

Metodické pokyny

- Po odohratí niekoľkých hier, položíme žiakom otázku: Je táto hra spravodlivá?
- Ktoré čísla by si mali hráči voliť, aby bola (nebola) hra spravodlivá?
- Zistiť, či je hra spravodlivá odporúčame porovnaním **priemerného počtu bodov pripadajúcich na jednu hru** pre každého hráča. Vhodné je však získať výsledky aspoň 100 hier.
- Napríklad: 5526213356 2433514156 2415624353 6342346151
3516425163 4513661546 2352342454 4125163264 5641623162
63115243642
- **Priemerný počet získaných bodov pripadajúcich na jednu hru**
 - pre Jednáka je $(16 + 16 + 17 + 17)/100 = 0,66$
 - pre Dvojáka je $(17 + 17) \cdot 2 / 100 = 0,68$
- Priemerný počet získaných bodov pripadajúcich na jednu hru pre Jednáka i Dvojáka **je približne rovnaký, teda je jedno ktorého hráča si zvolíme.**
- V tejto hre nám ide o **propedeutiku strednej hodnoty**. Žiaci hádzaním kociek a následne výpočtom priemeru bodov pripadajúceho na jednu hru, odhadujú strednú hodnotu náhodnej premennej X , ktorá predstavuje počet získaných bodov. Ak chceme so žiakmi získať presnejší odhad strednej hodnoty, musia sa hru zahrať veľa krát.

Losovanie pomocou zápaliek

- **Cieľ:** zoznámiť žiakov so spôsobmi výberu vzorky s populácie
- **Pomôcky:** zápalky prípadne paličky

Pravidlá hry

- Na začiatku hry rozdelíme žiakov do štvoríc
- Jeden zo žiakov drží v ruke 4 zápalky z ktorých jedna je kratšia tak, aby na ne ostatní nevideli.
- Žiaci si dohodnú poradie v ktorom budú ťahať (každý jednu zápalku). Ten, kto drží zápalky, ťahá posledný.
- Je takýto spôsob losovania spravodlivý?

Metodické pokyny

- Hru si každá štvorica opakovane zahrá 10 krát a každý žiak si zaznamená koľkokrát vytiahol kratšiu zápalku.
- Po skončení hry sa výsledky všetkých štvoríc zosumarizujú.
- Je dôležité žiakov upozorniť na to, že hľadajú pravdepodobnosť je možné stanoviť nielen výpočtom, ale i simuláciou (s dostatočne veľkým počtom opakovaní)

Steblá

- Hra je pre dvoch hráčov.
- Jeden hráč drží v ruke 4 steblá (drôťky).
- Druhý hráč zväzuje po dvojiciach horné konce stebiel a dolné konce stebiel.
- Aká je pravdepodobnosť, že zviazané steblá vytvoria kruh?

Metodické pokyny

- Každú dvojicu necháme hru niekoľkokrát sa zahrať (môžu si vymeniť úlohy).
- Každý žiak oznámi koľko vykonal pokusov a koľkokrát sa mu podarilo vytvoriť kruh.
- Obmeny hry:
 - zväzujú sa horné konce s hornými koncami a dolné konce s dolnými koncami, ale s väčším počtom stebiel (napríklad 6 alebo 8)
 - Po dvojiciach sa zväzujú horné konce s dolnými koncami (počet stebiel je ľubovoľný)

Ďakujeme za pozornosť

Bratislava 2012