GENERÁLNA SKÚŠKA NKMS 2004 – EXTERNÁ ČASŤ

M A T E M A T I K A

úroveň B
kód testu: 1169

NEOTVÁRAJTE, POČKAJTE NA POKYN!
PREČÍTAJTE SI NAJPRV POKYNY K TESTU!

- Test obsahuje **30 úloh**.
- V teste sa stretnete s dvoma typmi úloh:
  - Pri úlohách s výberom odpovede vyberiete správnu odpoveď spomedzi niekoľkých ponúkaných možnosti, z ktorých je vždy správna iba jedna. Správnu odpoveď zaznačíte krížikom do príslušného políčka odpoveďového hárka.
  - Pri úlohách s krátkou odpoveďou napíšete jednotlivé číslice výsledku do príslušných políčok odpoveďového hárka. Rešpektujte pritom predtlačenú polohu desatinnej čiarky.
- Z hľadiska hodnotenia sú všetky úlohy rovnocenné.
- Na vypracovanie testu budete mať **120 minút**.
- Pri práci smiete používať iba písacie potreby, kalkulačku a prehľad vzorcov, ktorý je súčasťou tohto testu. Nesmiete používať zošity, učebnice ani inú literatúru.
- Poznámky si robte na pomocný papier. Na obsah pomocného papiera sa pri hodnotení neprihliada.
- Podrobnejšie pokyny na vypĺňovanie odpoveďového hárka sú na poslednej strane testu. Prečítajte si ich.
- Pracujte rýchlo, ale sústreďte sa.

Želáme Vám veľa úspechov!

Začnite pracovať, až keď dostanete pokyn!

Časť I

V každej z úloh **01** *až* **10** *je správna práve jedna z ponúkaných odpovedí* **(A)** *až* **(E)**. *Svoju odpoveď zaznačte krížikom v príslušnom políčku odpoveďového hárka.*

01 Množinou všetkých kladných riešení nerovnice $x^{20} > 3^{900} \cdot x^5$ je interval

(A) $\left(0\,;3^{60}\right)$. **(B)** $\left(3^{60}\,;\infty\right)$. **(C)** $\left(0\,;3^{225}\right)$. **(D)** $\left(3^{225}\,;\infty\right)$. **(E)** $\left(3^{885}\,;\infty\right)$.

02 Ak *M* je množina všetkých $x \in R$, pre ktoré nadobúda logaritmická funkcia

$$f : y = \log_{0,2}(4x-1)$$

kladné funkčné hodnoty, tak *M* =

(A) $(0{,}25;0{,}5)$. **(B)** $(0;0{,}5)$. **(C)** $(0{,}5;\infty)$. **(D)** $(0{,}3;\infty)$. **(E)** $(0{,}25;\infty)$.

03 Zložením vonkajšej funkcie $f : y = 3x^2 - 2x + 7$ a vnútornej funkcie $h : y = x - 1$ vznikne funkcia

(A) $y = 3x^2 - x + 6$. **(B)** $y = 3x^2 - 2x + 6$.

(C) $y = 3x^2 - 8x + 8$. **(D)** $y = 3x^2 - 8x + 12$.

(E) $y = 3x^3 - 5x^2 + 9x - 7$.

04 Ak predpis funkcie $f : y = \dfrac{1-\mathrm{tg}^2 x}{1+\mathrm{tg}^2 x}$, pričom $x \in \left(-\dfrac{\pi}{2}\,;\dfrac{\pi}{2}\right)$, vyjadríme pomocou $t = \cos x$,

dostaneme *y* =

(A) $2t^2 - 1$. **(B)** $1 - 2t^2$. **(C)** $\dfrac{1}{2t^2-1}$. **(D)** $\dfrac{1-t^2}{1+t^2}$. **(E)** $\dfrac{t^2}{2-t^2}$.

05 V prvej sýpke bolo uskladnených *x* ton obilia, v druhej sýpke trikrát menej. Z prvej sýpky sa denne expedovalo 8 ton obilia, z druhej sýpky štyrikrát menej. Za *d* dní bolo v obidvoch sýpkach rovnaké množstvo obilia. Aký je vzťah medzi *x* a *d* ?

(A) $x = 12d$ **(B)** $x = 9d$ **(C)** $x = 8d$ **(D)** $x = \dfrac{d}{12}$ **(E)** $x = \dfrac{9}{d}$

06 Mama sa chystá piecť koláče. Ostatní členovia rodiny vyslovili tieto želania:

Otec: „*Upeč makovník alebo orechovník.*“

Syn: „*Ak upečieš orechovník, tak upeč aj makovník alebo buchty.*“

Dcéra: „*Ak upečieš buchty aj makovník, tak <u>nepeč</u> orechovník.*“

Mama napokon upiekla len orechovník. Komu splnila želanie?

(A) Otcovi, synovi aj dcére. **(B)** Ani otcovi, ani synovi, ani dcére.

(C) Len otcovi a dcére. **(D)** Len otcovi a synovi.

(E) Len synovi a dcére.

07 Koľko rôznych kombinácií môžeme nastaviť na dierkovači cestovných lístkov, ak dierkovač vydierkuje štyri alebo päť z číslic 1 až 9?

1	2	3
4	5	6
7	8	9
BUS		

(A) 18 144

(B) 15 876

(C) 2 880

(D) 252

(E) 126

08 Pravdepodobnosť, že pán Kaufmann príde na obchodnú schôdzku s pánom Rýchlym načas, je 80 %. Pravdepodobnosť, že načas príde pán Rýchly, je 70 %. Aká je pravdepodobnosť, že na schôdzku príde načas len jeden z nich?

(A) 44 % **(B)** 38 % **(C)** 24 % **(D)** 14 % **(E)** 6 %

09 Bod V je vzdialený 25 cm od stredu kružnice k, ktorá má polomer 10 cm. Bodom V môžeme viesť dve dotyčnice ku kružnici k. Akú veľkosť (s presnosťou na stotiny stupňa) má uhol α, ktorý zvierajú tieto dotyčnice?

(A) $\alpha = 23{,}58°$ **(B)** $\alpha = 43{,}60°$ **(C)** $\alpha = 47{,}16°$

(D) $\alpha = 66{,}42°$ **(E)** $\alpha = 132{,}84°$

10 Ako treba zvoliť číslo $p \in R$, aby body $A[4\ ;\ p]$, $B[3\ ;\ -2]$, $C[-1\ ;\ -14]$ ležali na jednej priamke?

(A) $p = -5$ **(B)** $p = -\frac{7}{3}$ **(C)** $p = -\frac{5}{3}$ **(D)** $p = 1$ **(E)** $p = 10$

Test pokračuje na ďalšej strane

Časť II

V úlohách **11 – 30** *Vám neponúkame žiadne možnosti. Každú úlohu vyriešte samostatne. Uveďte vždy* ***iba výsledok*** *– nemusíte ho zdôvodňovať ani uvádzať postup, ako ste k nemu dospeli.*

- *Výsledok zapisujte do odpoveďového hárka* **pomocou desatinných čísel.**
- *Pri zápise rešpektujte predtlačenú polohu desatinnej čiarky.*
- *Znamienko* **–** (*mínus*) *napíšte do samostatného políčka pred prvú číslicu.*
- *Ak je Váš výsledok celé číslo, nevypĺňajte políčka za desatinnou čiarkou.*
  Napríklad

výsledok –33,1 *zapíšte* [ ][ ][–][3][3] , [1][ ][ ][ ]

výsledok 5 *zapíšte* [ ][ ][ ][ ][5] , [ ][ ][ ][ ]

výsledok 427,19 *zapíšte* [ ][ ][4][2][7] , [1][9][ ][ ]

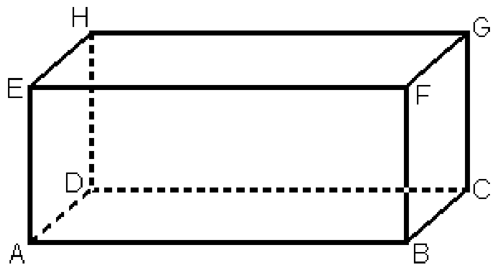
11 Aký najväčší obsah (v cm^2) môže mať trojuholník ABC, v ktorom má strana a dĺžku 7 cm a ťažnica t_a na stranu a dĺžku 16 cm?

12 Nech S je priesečník uhlopriečok lichobežníka $ABCD$, ktorého základne majú dĺžky: $|AB| = 6$ cm, $|CD| = 3$ cm. Vypočítajte (v cm^2) obsah trojuholníka ABS, ak viete, že obsah trojuholníka CDS je 13 cm^2.

13 Trojboký hranol má výšku v, jeho základňou je pravouhlý trojuholník s odvesnami 30 cm a 40 cm. Povrch P tohto hranola vyjadrený v cm^2 je číselne rovný jeho objemu V vyjadrenému v cm^3. Vypočítajte (v centimetroch) veľkosť výšky v.

14 Daný je kváder $ABCDEFGH$, v ktorom $|AB| = 12$ cm, $|AD| = 3$ cm, $|AE| = 5$ cm.

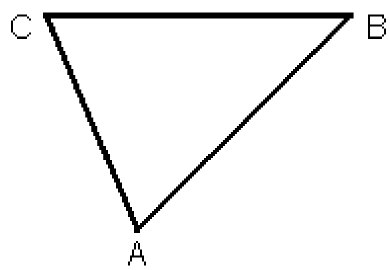
Vypočítajte (v cm^2) obsah rezu tohto kvádra rovinou AFG.



15 Vypočítajte súčet všetkých čísel, ktoré <u>nepatria</u> do definičného oboru výrazu

$$V(x) = \frac{\dfrac{2x-7}{4-x}}{\dfrac{3x-15}{x-7}}.$$

16 Funkcia $f: y = \dfrac{x-2}{\sqrt{x^2+1}}$ je na intervale $\left(-\infty; -\dfrac{1}{2}\right\rangle$ klesajúca a na intervale $\left\langle -\dfrac{1}{2}; \infty\right)$ rastúca. Nájdite najväčšiu hodnotu tejto funkcie na intervale $\left\langle -\dfrac{4}{3}; \dfrac{4}{3}\right\rangle$.

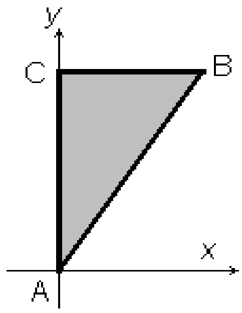
17	Ktoré reálne číslo <u>nepatrí</u> do oboru hodnôt funkcie $f : y = \dfrac{4x+2}{5x-1}$?
18	Vieme, že pre vhodné reálne číslo a sa funkcia $f : y = \dfrac{a}{x-1} + \dfrac{4}{x+2}$ rovná funkcii $g : y = \dfrac{6x}{x^2+x-2}$. Vypočítajte číslo a.
19	Pre ktoré číslo $a \in R$ má rovnica $7 + x = 2a$ koreň o 1 väčší ako rovnica $2x + 10 = a$?
20	Rovnica $\sqrt{2y-5} = 10 - y$ má jediný reálny koreň. Nájdite ho.
21	V posluchácurrent je 1 000 miest na sedenie. Tie sú usporiadané do 10 radov tak, že počty sedadiel v jednotlivých radoch tvoria aritmetickú postupnosť. V prvom rade je 46 sedadiel. Koľko sedadiel je v poslednom rade?
22	Číslo x je na číselnej osi v strede medzi číslami -113 a 28. Určte vzdialenosť medzi číslom x a číslom -99.
23	Číslo n je spomedzi nameraných hodnôt 3, n, 5, 11, 7, 8, 10, 11, 11 najväčšie. Určte hodnotu n, ak viete, že medián týchto čísel sa rovná ich aritmetickému priemeru.
24	Určte najväčší spoločný deliteľ čísel $\dfrac{20!}{17!}$ a 700.
25	Na obrázku je znázornený trojuholník ABC, v ktorom: $B[0;0]$, $C[-10;0]$, $\|\angle ABC\| = 45^\circ$ a výška na stranu BC má dĺžku 7. Zistite súradnice vrchola $A[x_A; y_A]$. 
26	Pre ktoré $x \in \langle 12\pi ; 13\pi \rangle$ nadobúda funkcia $f : y = \sin x$ maximum? Výsledok napíšte v tvare $k \cdot \pi$, kde k je vhodné číslo.

Test pokračuje na ďalšej strane

27 Graf lineárnej funkcie f má smernicu $k = 0{,}4$ a pretína os y v bode $[0\,;-4]$. Nech g je inverzná funkcia k funkcii f. Zistite súradnice bodu $A[x_A; y_A]$, v ktorom graf funkcie g pretína os y.

28 Na obrázku je znázornený pravouhlý trojuholník ABC, v ktorom $A[0\,;0]$, $B[14\,;21]$. Vypočítajte objem kužeľa, ktorý vznikne rotáciou trojuholníka ABC okolo osi y.

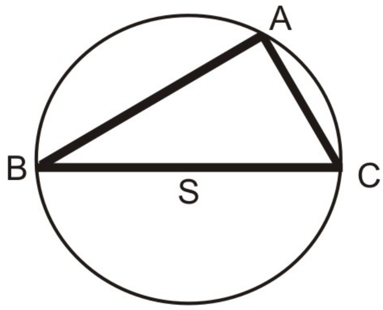
Pri výpočte dosadzujte za π hodnotu $\dfrac{22}{7}$.



29 Na kružnici k ležia body A, B, C tak, že úsečka BC je priemerom kružnice k a úsečky AC a BC zvierajú uhol 65°.

Vypočítajte dĺžku $|BC|$, ak viete, že $|AC| = 10$.

Výsledok uveďte zaokrúhlený na dve desatinné miesta.



30 Nájdite riešenie rovnice $5^x = 60$. Výsledok uveďte zaokrúhlený na dve desatinné miesta.

KONIEC TESTU

Prehľad vzorcov

Mocniny:

$a^x.a^y = a^{x+y}$ $\quad \dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$ $\quad (a^x)^y = a^{x.y}$ $\quad (a.b)^x = a^x.b^x$ $\quad \left(\dfrac{a}{b}\right)^x = \dfrac{a^x}{b^x}$ $\quad a^{-x} = \dfrac{1}{a^x}$ $\quad a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$

Goniometrické funkcie:

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ $\quad \operatorname{tg} x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$

$\sin 2x = 2.\sin x.\cos x$ $\quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

$\sin\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$ $\quad \cos\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometria:

Sínusová veta: $\dfrac{a}{\sin\alpha} = \dfrac{b}{\sin\beta} = \dfrac{c}{\sin\gamma} = 2r$ $\quad$ Kosínusová veta: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\cos\gamma$

Logaritmus: $\log_z(x \cdot y) = \log_z x + \log_z y$ $\quad \log_z \dfrac{x}{y} = \log_z x - \log_z y$

$\log_z x^k = k.\log_z x$ $\quad \log_y x = \dfrac{\log_z x}{\log_z y}$

Aritmetická postupnosť: $a_n = a_1 + (n-1).d$ $\quad s_n = \dfrac{n}{2}(a_1 + a_n)$

Geometrická postupnosť: $a_n = a_1.q^{n-1}$ $\quad s_n = a_1 \dfrac{q^n - 1}{q - 1},\ q \neq 1$

Kombinatorika: $P(n) = n!$ $\quad V(k,n) = \dfrac{n!}{(n-k)!}$ $\quad C(k,n) = \dbinom{n}{k} = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$

$P'(n_1, n_2, \ldots, n_k) = \dfrac{n!}{n_1!\, n_2! \ldots n_k!}$ $\quad V'(k,n) = n^k$ $\quad C'(k,n) = \dbinom{n+k-1}{k}$

Geometrický priemer: $\sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdots a_n}$ $\quad$ Harmonický priemer: $\dfrac{n}{\dfrac{1}{a_1} + \dfrac{1}{a_2} + \cdots + \dfrac{1}{a_n}}$

Analytická geometria:

Parametrické vyjadrenie priamky: $X = A + t\vec{u},\ t \in R$

Všeobecná rovnica priamky: $ax + by + c = 0$; $[a; b] \neq [0; 0]$

Smernicový tvar rovnice priamky: $y = ax + b$

Parametrické vyjadrenie roviny: $X = A + t\vec{u} + s\vec{v},\ t, s \in R$

Všeobecná rovnica roviny: $ax + by + cz + d = 0$; $[a; b; c] \neq [0; 0; 0]$

Stredový tvar rovnice kružnice: $(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2$

Objemy a povrchy telies:

	kváder	valec	ihlan	kužeľ	guľa
objem	abc	$\pi r^2 v$	$\frac{1}{3} S_p v$	$\frac{1}{3}\pi r^2 v$	$\frac{4}{3}\pi r^3$
povrch	$2(ab + ac + bc)$	$2\pi r(r + v)$	$S_p + Q$	$\pi r(r + s)$	$4\pi r^2$

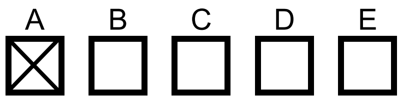
Pokyny na vyplňovanie odpoveďového hárka

Odpoveďové hárky budú skenované.
Aby skener vedel prečítať Vaše odpovede, musíte dodržať nasledujúce pokyny:

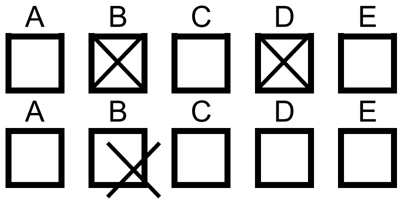
- Píšte perom s čiernou alebo modrou náplňou. Nepoužívajte tradičné plniace perá, veľmi tenko píšuce perá, obyčajné ceruzky ani pentelky.
- Textové polia (kód školy, kód testu, kód žiaka, ...) vypĺňujte veľkými písmenami alebo číslicami podľa predpísaného vzoru. Vpisované údaje nesmú presahovať biele pole určené na vpisovanie.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	R	S
T	U	V	X	Y	Z			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

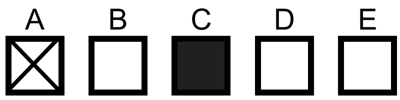
- Riešenia úloh s výberom odpovede zapisujte krížikom ☒.
- Správne zaznačenie odpovede **(A)**



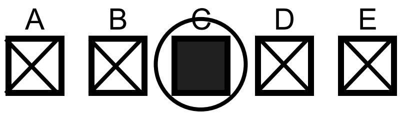
- **Nesprávne** zaznačenie odpovede **(B)**



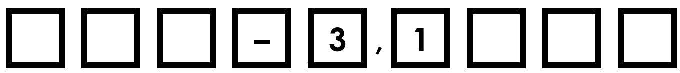
- Keď sa pomýlite alebo neskôr zmeníte názor, <u>úplne</u> zaplňte políčko so zlým krížikom a urobte nový krížik.



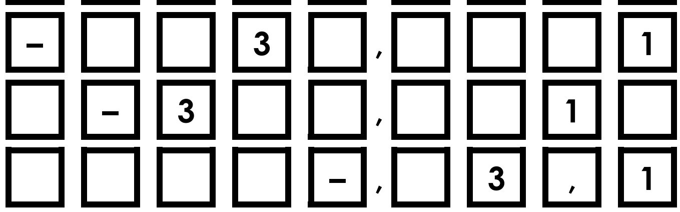
- Ak opäť zmeníte názor a chcete zaznačiť pôvodnú odpoveď, urobte krížiky do všetkých políčok a zaplnené políčko dajte do krúžku.



- Jednotlivé číslice riešenia úlohy s krátkou odpoveďou napíšte do príslušných políčok podľa predpísaného vzoru. Rešpektujte pritom predtlačenú polohu desatinnej čiarky. Do políčka napíšte najviac jednu číslicu, resp. znak „+“ alebo „–“.
- Správne zapísaný výsledok –3,1



- **Nesprávne** zapísaný výsledok –3,1



- Oprava predchádzajúceho zápisu –3,1

Neotvárajte test, pokiaľ nedostanete pokyn!