# GENERÁLNA SKÚŠKA NKMS 2004 – EXTERNÁ ČASŤ

# M A T E M A T I K A

úroveň B
kód testu: 1150

| |
|---|
| NEOTVÁRAJTE, POČKAJTE NA POKYN!<br>PREČÍTAJTE SI NAJPRV POKYNY K TESTU! |

- Test obsahuje **30 úloh**.
- V teste sa stretnete s dvoma typmi úloh:
  - Pri úlohách s výberom odpovede vyberiete správnu odpoveď spomedzi niekoľkých ponúkaných možnosti, z ktorých je vždy správna iba jedna. Správnu odpoveď zaznačíte krížikom do príslušného políčka odpoveďového hárka.
  - Pri úlohách s krátkou odpoveďou napíšete jednotlivé číslice výsledku do príslušných políčok odpoveďového hárka. Rešpektujte pritom predtlačenú polohu desatinnej čiarky.
- Z hľadiska hodnotenia sú všetky úlohy rovnocenné.
- Na vypracovanie testu budete mať **120 minút**.
- Pri práci smiete používať iba písacie potreby, kalkulačku a prehľad vzorcov, ktorý je súčasťou tohto testu. Nesmiete používať zošity, učebnice ani inú literatúru.
- Poznámky si robte na pomocný papier. Na obsah pomocného papiera sa pri hodnotení neprihliada.
- Podrobnejšie pokyny na vypĺňovanie odpoveďového hárka sú na poslednej strane testu. Prečítajte si ich.
- Pracujte rýchlo, ale sústreďte sa.

Želáme Vám veľa úspechov!

**Začnite pracovať, až keď dostanete pokyn!**

## *Časť I*

*V každej z úloh* **01** *až* **10** *je správna práve jedna z ponúkaných odpovedí* **(A)** *až* **(E)**. *Svoju odpoveď zaznačte krížikom v príslušnom políčku odpoveďového hárka.*

**01** Mama sa chystá piecť koláče. Ostatní členovia rodiny vyslovili tieto želania:

Otec: „*Upeč makovník alebo orechovník.*“

Syn: „*Ak upečieš orechovník, tak upeč aj makovník alebo buchty.*“

Dcéra: „*Ak upečieš buchty aj makovník, tak <u>nepeč</u> orechovník.*“

Mama napokon upiekla len orechovník. Komu splnila želanie?

**(A)** Len otcovi a dcére.
**(B)** Len otcovi a synovi.
**(C)** Len synovi a dcére.
**(D)** Otcovi, synovi aj dcére.
**(E)** Ani otcovi, ani synovi, ani dcére.

**02** V prvej sýpke bolo uskladnených $x$ ton obilia, v druhej sýpke trikrát menej. Z prvej sýpky sa denne expedovalo 8 ton obilia, z druhej sýpky štyrikrát menej. Za $d$ dní bolo v obidvoch sýpkach rovnaké množstvo obilia. Aký je vzťah medzi $x$ a $d$ ?

**(A)** $x = 8d$ **(B)** $x = 9d$ **(C)** $x = 12d$ **(D)** $x = \frac{9}{d}$ **(E)** $x = \frac{d}{12}$

**03** Koľko rôznych kombinácií môžeme nastaviť na dierkovači cestovných lístkov, ak dierkovač vydierkuje štyri alebo päť z číslic 1 až 9?

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 4 | 5 | 6 |
| 7 | 8 | 9 |
| **BUS** | | |

**(A)** 126
**(B)** 252
**(C)** 2 880
**(D)** 15 876
**(E)** 18 144

**04** Pravdepodobnosť, že pán Kaufmann príde na obchodnú schôdzku s pánom Rýchlym načas, je 80 %. Pravdepodobnosť, že načas príde pán Rýchly, je 70 %. Aká je pravdepodobnosť, že na schôdzku príde načas len jeden z nich?

**(A)** 6 % **(B)** 14 % **(C)** 24 % **(D)** 38 % **(E)** 44 %

**05** Zložením vonkajšej funkcie $f : y = 3x^2 - 2x + 7$ a vnútornej funkcie $h : y = x - 1$ vznikne funkcia

**(A)** $y = 3x^3 - 5x^2 + 9x - 7$.
**(B)** $y = 3x^2 - 8x + 12$.
**(C)** $y = 3x^2 - 8x + 8$.
**(D)** $y = 3x^2 - 2x + 6$.
**(E)** $y = 3x^2 - x + 6$.

**06** Množinou všetkých kladných riešení nerovnice $x^{20} > 3^{900} \cdot x^5$ je interval

**(A)** $\left(3^{885}\,;\infty\right)$. **(B)** $\left(3^{225}\,;\infty\right)$. **(C)** $\left(3^{60}\,;\infty\right)$. **(D)** $\left(0\,;3^{60}\right)$. **(E)** $\left(0\,;3^{225}\right)$.

**07** Ak $M$ je množina všetkých $x \in R$, pre ktoré nadobúda logaritmická funkcia

$$f : y = \log_{0,2}(4x-1)$$

kladné funkčné hodnoty, tak $M$ =

**(A)** $(0;0{,}5)$. **(B)** $(0{,}25;0{,}5)$. **(C)** $(0{,}25;\infty)$. **(D)** $(0{,}3;\infty)$. **(E)** $(0{,}5;\infty)$.

**08** Ak predpis funkcie $f : y = \dfrac{1-\mathrm{tg}^2 x}{1+\mathrm{tg}^2 x}$, pričom $x \in \left(-\dfrac{\pi}{2}\,;\dfrac{\pi}{2}\right)$, vyjadríme pomocou $t = \cos x$,

dostaneme $y$ =

**(A)** $\dfrac{1-t^2}{1+t^2}$. **(B)** $\dfrac{t^2}{2-t^2}$. **(C)** $\dfrac{1}{2t^2-1}$. **(D)** $1-2t^2$. **(E)** $2t^2-1$.

**09** Ako treba zvoliť číslo $p \in R$, aby body $A[4\,;\,p]$, $B[3\,;\,-2]$, $C[-1\,;\,-14]$ ležali na jednej priamke?

**(A)** $p = 10$ **(B)** $p = 1$ **(C)** $p = -\dfrac{5}{3}$ **(D)** $p = -\dfrac{7}{3}$ **(E)** $p = -5$

**10** Bod $V$ je vzdialený 25 cm od stredu kružnice $k$, ktorá má polomer 10 cm. Bodom $V$ môžeme viesť dve dotyčnice ku kružnici $k$. Akú veľkosť (s presnosťou na stotiny stupňa) má uhol $\alpha$, ktorý zvierajú tieto dotyčnice?

**(A)** $\alpha =$ 132,84° **(B)** $\alpha =$ 66,42° **(C)** $\alpha =$ 47,16°

**(D)** $\alpha =$ 43,60° **(E)** $\alpha =$ 23,58°

Test pokračuje na ďalšej strane

## *Časť II*

*V úlohách* **11 – 30** *Vám neponúkame žiadne možnosti. Každú úlohu vyriešte samostatne. Uveďte vždy* ***iba výsledok*** *– nemusíte ho zdôvodňovať ani uvádzať postup, ako ste k nemu dospeli.*

- *Výsledok zapisujte do odpoveďového hárka* **pomocou desatinných čísel.**
- *Pri zápise rešpektujte predtlačenú polohu desatinnej čiarky.*
- *Znamienko* **–** (*mínus*) *napíšte do samostatného políčka pred prvú číslicu.*
- *Ak je Váš výsledok celé číslo, nevypĺňajte políčka za desatinnou čiarkou.*
  *Napríklad*

| | | |
|---|---|---|
| *výsledok* –33,1 | *zapíšte* | ☐☐[–][3][3] , [1]☐☐☐ |
| *výsledok* 5 | *zapíšte* | ☐☐☐☐[5] , ☐☐☐☐ |
| *výsledok* 427,19 | *zapíšte* | ☐☐[4][2][7] , [1][9]☐☐ |

**11** Číslo $x$ je na číselnej osi v strede medzi číslami $-113$ a $28$. Určte vzdialenosť medzi číslom $x$ a číslom $-99$.

**12** Určte najväčší spoločný deliteľ čísel $\dfrac{20!}{17!}$ a $700$.

**13** Číslo $n$ je spomedzi nameraných hodnôt $3, n, 5, 11, 7, 8, 10, 11, 11$ najväčšie. Určte hodnotu $n$, ak viete, že medián týchto čísel sa rovná ich aritmetickému priemeru.

**14** Vypočítajte súčet všetkých čísel, ktoré <u>nepatria</u> do definičného oboru výrazu

$$V(x)=\frac{\dfrac{2x-7}{4-x}}{\dfrac{3x-15}{x-7}}.$$

**15** Vieme, že pre vhodné reálne číslo $a$ sa funkcia $f: y=\dfrac{a}{x-1}+\dfrac{4}{x+2}$ rovná funkcii $g: y=\dfrac{6x}{x^2+x-2}$. Vypočítajte číslo $a$.

**16** Funkcia $f: y=\dfrac{x-2}{\sqrt{x^2+1}}$ je na intervale $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right\rangle$ klesajúca a na intervale $\left\langle-\dfrac{1}{2};\infty\right)$ rastúca. Nájdite najväčšiu hodnotu tejto funkcie na intervale $\left\langle-\dfrac{4}{3};\dfrac{4}{3}\right\rangle$.

**17** Pre ktoré číslo $a\in R$ má rovnica $7+x=2a$ koreň o 1 väčší ako rovnica $2x+10=a$?

**18** V posluchárni je 1 000 miest na sedenie. Tie sú usporiadané do 10 radov tak, že počty sedadiel v jednotlivých radoch tvoria aritmetickú postupnosť. V prvom rade je 46 sedadiel. Koľko sedadiel je v poslednom rade?

**19** Rovnica $\sqrt{2y-5} = 10 - y$ má jediný reálny koreň. Nájdite ho.

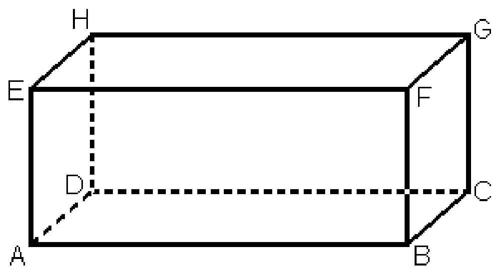
**20** Ktoré reálne číslo <u>nepatrí</u> do oboru hodnôt funkcie $f : y = \dfrac{4x+2}{5x-1}$?

**21** Aký najväčší obsah (v cm$^2$) môže mať trojuholník $ABC$, v ktorom má strana $a$ dĺžku 7 cm a ťažnica $t_a$ na stranu $a$ dĺžku 16 cm?

**22** Nech $S$ je priesečník uhlopriečok lichobežníka $ABCD$, ktorého základne majú dĺžky: $|AB| = 6$ cm, $|CD| = 3$ cm. Vypočítajte (v cm$^2$) obsah trojuholníka $ABS$, ak viete, že obsah trojuholníka $CDS$ je 13 cm$^2$.

**23** Daný je kváder $ABCDEFGH$, v ktorom $|AB| = 12$ cm, $|AD| = 3$ cm, $|AE| = 5$ cm.

Vypočítajte (v cm$^2$) obsah rezu tohto kvádra rovinou $AFG$.




**24** Trojboký hranol má výšku $v$, jeho základňou je pravouhlý trojuholník s odvesnami 30 cm a 40 cm. Povrch $P$ tohto hranola vyjadrený v cm$^2$ je číselne rovný jeho objemu $V$ vyjadrenému v cm$^3$. Vypočítajte (v centimetroch) veľkosť výšky $v$.

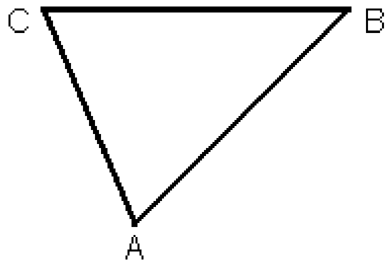
**25** Graf lineárnej funkcie $f$ má smernicu $k = 0{,}4$ a pretína os $y$ v bode $[0\,;\,-4]$. Nech $g$ je inverzná funkcia k funkcii $f$. Zistite súradnice bodu $A[x_A; y_A]$, v ktorom graf funkcie $g$ pretína os $y$.

**26** Pre ktoré $x \in \langle 12\pi\,; 13\pi \rangle$ nadobúda funkcia $f : y = \sin x$ maximum? Výsledok napíšte v tvare $k \cdot \pi$, kde $k$ je vhodné číslo.

Test pokračuje na ďalšej strane

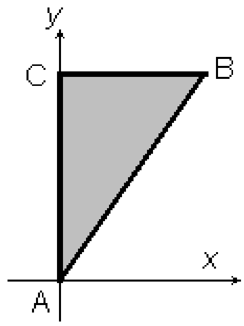
**27** Na obrázku je znázornený trojuholník $ABC$, v ktorom: $B[0\,;0]$, $C[-10\,;0]$, $|\angle ABC| = 45^\circ$ a výška na stranu $BC$ má dĺžku 7.

Zistite súradnice vrchola $A[x_A; y_A]$.




**28** Na obrázku je znázornený pravouhlý trojuholník $ABC$, v ktorom $A[0\,;\,0]$, $B[14\,;\,21]$. Vypočítajte objem kužeľa, ktorý vznikne rotáciou trojuholníka $ABC$ okolo osi $y$.

Pri výpočte dosadzujte za $\pi$ hodnotu $\dfrac{22}{7}$.

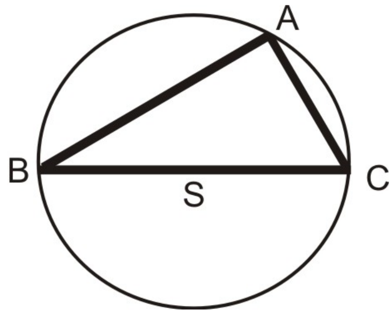



**29** Nájdite riešenie rovnice $5^x = 60$. Výsledok uveďte zaokrúhlený na dve desatinné miesta.

**30** Na kružnici $k$ ležia body $A$, $B$, $C$ tak, že úsečka $BC$ je priemerom kružnice $k$ a úsečky $AC$ a $BC$ zvierajú uhol $65°$.

Vypočítajte dĺžku $|BC|$, ak viete, že $|AC| = 10$.

Výsledok uveďte zaokrúhlený na dve desatinné miesta.




**KONIEC TESTU**

## Prehľad vzorcov

**Mocniny:**

$a^x . a^y = a^{x+y}$ $\quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$ $\quad \left(a^x\right)^y = a^{x.y}$ $\quad (a.b)^x = a^x.b^x$ $\quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$ $\quad a^{-x} = \frac{1}{a^x}$ $\quad a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$

**Goniometrické funkcie:**

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ $\quad \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$

$\sin 2x = 2.\sin x.\cos x$ $\quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$ $\quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$

| x | 0 | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| sin x | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1 |
| cos x | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 |

**Trigonometria:**

Sínusová veta: $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2r$

Kosínusová veta: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\cos\gamma$

**Logaritmus:** $\log_z(x \cdot y) = \log_z x + \log_z y$ $\quad \log_z \frac{x}{y} = \log_z x - \log_z y$

$\log_z x^k = k.\log_z x$ $\quad \log_y x = \frac{\log_z x}{\log_z y}$

**Aritmetická postupnosť:** $a_n = a_1 + (n-1).d$ $\quad s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

**Geometrická postupnosť:** $a_n = a_1.q^{n-1}$ $\quad s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1},\ q \neq 1$

**Kombinatorika:** $P(n) = n!$ $\quad V(k,n) = \frac{n!}{(n-k)!}$ $\quad C(k,n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

$P'(n_1, n_2, \ldots, n_k) = \frac{n!}{n_1!\, n_2! \ldots n_k!}$ $\quad V'(k,n) = n^k$ $\quad C'(k,n) = \binom{n+k-1}{k}$

**Geometrický priemer:** $\sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdots a_n}$

**Harmonický priemer:** $\frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \cdots + \frac{1}{a_n}}$

**Analytická geometria:**

Parametrické vyjadrenie priamky: $X = A + t\vec{u},\ t \in R$

Všeobecná rovnica priamky: $ax + by + c = 0;\ [a; b] \neq [0; 0]$

Smernicový tvar rovnice priamky: $y = ax + b$

Parametrické vyjadrenie roviny: $X = A + t\vec{u} + s\vec{v},\ t,s \in R$

Všeobecná rovnica roviny: $ax + by + cz + d = 0;\ [a; b; c] \neq [0; 0; 0]$

Stredový tvar rovnice kružnice: $(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2$

**Objemy a povrchy telies:**

| | kváder | valec | ihlan | kužeľ | guľa |
|---|---|---|---|---|---|
| objem | $abc$ | $\pi r^2 v$ | $\frac{1}{3} S_p v$ | $\frac{1}{3}\pi r^2 v$ | $\frac{4}{3}\pi r^3$ |
| povrch | $2(ab + ac + bc)$ | $2\pi r(r + v)$ | $S_p + Q$ | $\pi r(r + s)$ | $4\pi r^2$ |

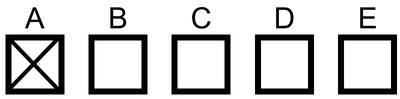
## Pokyny na vypĺňovanie odpoveďového hárka

Odpoveďové hárky budú skenované.
Aby skener vedel prečítať Vaše odpovede, musíte dodržať nasledujúce pokyny:

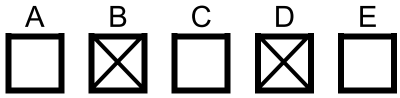
- Píšte perom s čiernou alebo modrou náplňou. Nepoužívajte tradičné plniace perá, veľmi tenko píšuce perá, obyčajné ceruzky ani pentelky.
- Textové polia (kód školy, kód testu, kód žiaka, …) vypĺňujte veľkými písmenami alebo číslicami podľa predpísaného vzoru. Vpisované údaje nesmú presahovať biele pole určené na vpisovanie.

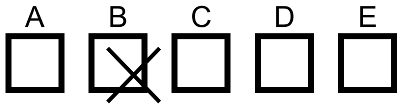
| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | O | P | R | S |
| T | U | V | X | Y | Z | | | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

- Riešenia úloh s výberom odpovede zapisujte krížikom ☒.
- Správne zaznačenie odpovede **(A)**

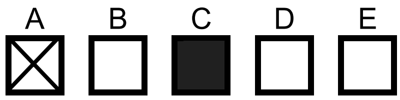



- **Nesprávne** zaznačenie odpovede **(B)**

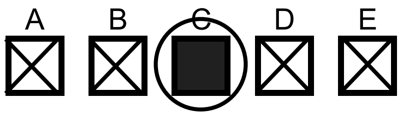


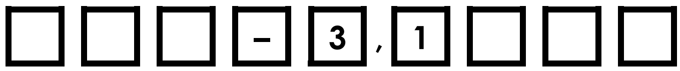

- Keď sa pomýlite alebo neskôr zmeníte názor, <u>úplne</u> zaplňte políčko so zlým krížikom a urobte nový krížik.



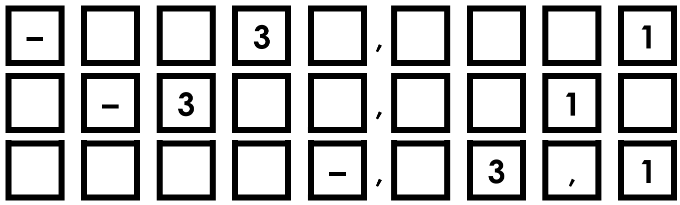

- Ak opäť zmeníte názor a chcete zaznačiť pôvodnú odpoveď, urobte krížiky do všetkých políčok a zaplnené políčko dajte do krúžku.




- Jednotlivé číslice riešenia úlohy s krátkou odpoveďou napíšte do príslušných políčok podľa predpísaného vzoru. Rešpektujte pritom predtlačenú polohu desatinnej čiarky. Do políčka napíšte najviac jednu číslicu, resp. znak „+“ alebo „–“.
- Správne zapísaný výsledok –3,1




- **Nesprávne** zapísaný výsledok –3,1




- Oprava predchádzajúceho zápisu –3,1


**Neotvárajte test, pokiaľ nedostanete pokyn!**