

M O N I T O R 2001

– pilotné testovanie maturantov



Matematika – test M-1, 2. časť

forma A

Kód školy:	A	B	C	F	H	I	K	L	M	O	P	S	Kód triedy:	A	B	C	F	H	I	
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Číslo žiaka	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50										
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>										
Vyučovacia jazyk:	slov. maď. iný			Ch		D		Pohlavie:					Známka:							
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Úloha	1	2	3a	3b	Čitateľný podpis
Hodnotenie:					Hodnotil:
Kontrola:					Kontroloval:

Odborný garant projektu: Štátny pedagogický ústav, Bratislava

Realizácia projektu: EXAM[®], Bratislava

© (2001) Štátny pedagogický ústav a EXAM[®]

1 Andrej vyslovil takéto matematické tvrdenie:

Ak m je ľubovoľné nepárne prirodzené číslo deliteľné tromi a n je ľubovoľné nepárne prirodzené číslo deliteľné deviatimi, tak číslo $m + n$ je určite deliteľné šiestimi.

Braňo vyslovil takéto matematické tvrdenie:

Ak m je ľubovoľné nepárne prirodzené číslo deliteľné tromi a n je ľubovoľné nepárne prirodzené číslo deliteľné deviatimi, tak číslo $m + n$ je určite deliteľné deviatimi.

a) Čo najpresnejšie zdôvodnite, prečo je Andrejovo tvrdenie pravdivé.

b) Čo najpresnejšie zdôvodnite, prečo je Braňovo tvrdenie nepravdivé.

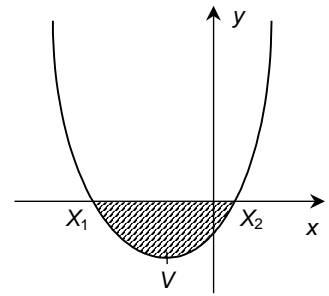
Sem napíšte celé riešenie aj s postupom:

Pokračovanie riešenia:



2 Na obrázku je časť paraboly, ktorá je grafom istej kvadratickej funkcie. Táto parabola má vrchol v bode V a pretína os x v dvoch bodoch X_1 , X_2 . Už Archimedes dokázal, že v takomto prípade sa obsah trojuholníka X_1VX_2 rovná trom štvrtinám obsahu oblasti ohraničenej osou x a parabolou (na obr. je vyšrafovaná).

Využite toto pozoruhodné Archimedovo zistenie a určte s jeho pomocou obsah oblasti ohraničenej osou x a grafom funkcie f danej predpisom $f: y = x^2 + 18x + 72$.



Sem napíšte celé riešenie aj s postupom:

Pokračovanie riešenia:



Z dvojice úloh 3a, 3b riešte iba jednu podľa vlastného výberu!

3a V rovine sú dané dva body A, B , pričom $|AB| = 8$ cm. Označme M množinu všetkých takých bodov C v rovine, pre ktoré má trojuholník ABC obsah 12 cm² a niektorý z jeho vnútorných uhlov má veľkosť 60° .

- a) Načrtnite obrázok, v ktorom zreteľne vyznačíte všetky body roviny patriace do množiny M . Určte ich počet.
- b) Napíšte postup konštrukcie bodov množiny M .

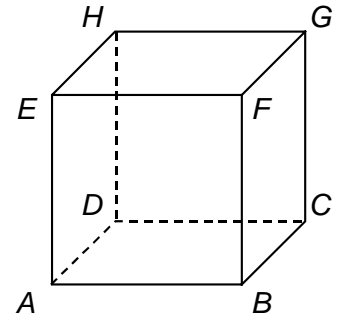
Ak ste si vybrali túto úlohu, sem napíšte celé jej riešenie aj s postupom:

Pokračovanie riešenia:



Z dvojice úloh 3a, 3b riešte iba jednu podľa vlastného výberu!

- 3b** Kocka $ABCDEFGH$ má hranu dĺžky 3 cm. Bod K je taký bod polpriamky \overline{AE} , že $|AK| = 4$ cm. Bod L je taký bod polpriamky \overline{DC} , že $|DL| = 4$ cm. Priamka KL pretína povrch kocky v bodoch X, Y . Určte dĺžku úsečky XY .



Ak ste si vybrali túto úlohu, sem napíšte celé jej riešenie aj s postupom:

Pokračovanie riešenia:



***Miesto na pomocné výpočty
(obsah tejto strany nebude pri hodnotení zohľadnený)***

Prehľad vzorcov

Mocniny:

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}; \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}; \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y}; \quad (a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x; \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}; \quad a^{-x} = \frac{1}{a^x}; \quad a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$$

Goniometrické funkcie:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{cotg} x = 1, \quad x \neq k \cdot \frac{\pi}{2} \quad \sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x \quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\left| \sin \frac{x}{2} \right| = \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} \quad \left| \cos \frac{x}{2} \right| = \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}} \quad \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \operatorname{cotg} x, \quad x \neq k\pi$$

$$\operatorname{cotg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \operatorname{tg} x, \quad x \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}$$

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cdot \cos y \pm \cos x \cdot \sin y$$

$$\cos(x \pm y) = \cos x \cdot \cos y \mp \sin x \cdot \sin y$$

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometria:

Sínusová veta: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r$

Kosínusová veta: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$

Logaritmus: $\log_z(x \cdot y) = \log_z x + \log_z y;$ $\log_z \frac{x}{y} = \log_z x - \log_z y;$

$$\log_z x^k = k \cdot \log_z x;$$

$$\log_y x = \frac{\log_z x}{\log_z y}$$

Aritmetická postupnosť: $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d;$ $s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

Geometrická postupnosť: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1};$ $s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}, \quad q \neq 1$

Kombinatorika: $P(n) = n!;$

$$V(k, n) = \frac{n!}{(n-k)!};$$

$$C(k, n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$P'(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_k!}; \quad V'(k, n) = n^k;$$

$$C'(k, n) = \binom{n+k-1}{k}$$

Analytická geometria:

Parametrické vyjadrenie priamky: $X = A + t\bar{u}, \quad t \in R$

Všeobecná rovnica priamky: $ax + by + c = 0; \quad [a, b] \neq [0, 0]$

Smernicový tvar rovnice priamky: $y = ax + b;$

Parametrické vyjadrenie roviny: $X = A + t\bar{u} + s\bar{v}, \quad t, s \in R$

Všeobecná rovnica roviny: $ax + by + cz + d = 0; \quad [a, b, c] \neq [0, 0, 0]$

Stredový tvar rovnice kružnice: $(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2$

Objemy a povrchy telies:

	kváder	valec	ihlan	kužeľ	guľa
objem	abc	$\pi r^2 v$	$\frac{1}{3} S_p v$	$\frac{1}{3} \pi r^2 v$	$\frac{4}{3} \pi r^3$
povrch	$2(ab+ac+bc)$	$2\pi r(r+v)$	S_p+Q	$\pi r(r+s)$	$4\pi r^2$



M O N I T O R 2001

pilotné testovanie maturantov na gymnáziách a vybraných SOŠ

V rámci projektu MONITOR 2001 píšete v tejto chvíli rovnaký test tisíce maturantov na stovkách stredných škôl. Máte jedinečnú možnosť objektívne porovnať vlastné vedomosti s rovesníkmi na celom Slovensku. Pracujte sústredene a snažte sa podať čo najlepší výkon. Svojím dobrým výsledkom môžete prispieť k pozitívnemu hodnoteniu Vašej školy v celoslovenskom meradle.

Informácie a pokyny pre žiakov

- Test obsahuje štyri úlohy, z ktorých však budete riešiť **iba tri**. **Úlohy 1 a 2 sú povinné pre všetkých žiakov. Spomedzi úloh 3a, 3b si každý žiak vyberie jednu úlohu, ktorú bude riešiť.** Úlohy 3a, 3b sú z hľadiska hodnotenia rovnocenné. Odporúčame Vám, aby ste sa podľa zadania rozhodli pre jednu z oboch úloh a venovali sa iba jej. Aj v prípade, že sa pokúsíte riešiť obe úlohy, do výsledkov sa Vám započíta iba jedna z nich (pozri ďalší bod).
- Aby hodnotitelia vedeli, ktorú z úloh 3a, 3b Vám majú započítať do hodnotenia, **zakrúžkujte označenie vybranej úlohy na titulnej strane testu v rubrike „Úloha“.** V prípade, že zakrúžkujete obe úlohy alebo ani jednu, započítajú sa Vám automaticky body za úlohu 3a, čo môže byť pre Vás nevýhodné. **Vo vlastnom záujme preto vyznačte jednu úlohu.**
- Na vypracovanie testu (t. j. troch vybraných úloh) budete mať **60 minút čistého času.**
- Pri práci smiete používať písacie a rysovacie potreby a kalkulačku. Môžete tiež používať prehľad vzorcov, ktorý nájdete na predposlednej strane testu. **Nesmiete používať tabuľky, učebnice ani zošity.**
- Riešenia úloh píšete tak, aby hodnotitelia mohli sledovať jednotlivé kroky riešenia. Pripojte aj komentár, vysvetlenie a zdôvodnenie jednotlivých krokov. Uveďte aj všetky výpočty, ktoré tvoria súčasť riešenia.
- Ak sa Vám riešenie nezместí do vyhradeného miesta pod zadaním úlohy, pokračujte na vedľajšej strane. Nepoužívajte žiadny pomocný papier, **všetky úvahy a výpočty robte priamo do testu.** Strana 9 na konci testu je vyhradená na prípadné pomocné výpočty. Na jej obsah sa pri hodnotení nebude prihliadať.
- **Píšte čiernym alebo modrým perom.** Nesmiete písať červeným perom ani obyčajnou ceruzkou (okrem rysovania).

Nezačínajte pracovať, kým nedostanete pokyn!