NÚCEM

NÁRODNÝ ÚSTAV CERTIFIKOVANÝCH MERANÍ VZDELÁVANIA

Maturitná skúška 2010

Správa o výsledkoch externej časti maturitnej skúšky

z matematiky

Mgr. Zuzana Juščáková, PhD.
Mgr. Pavol Kelecsényi

Bratislava 2010

OBSAH

Vysvetlivky

MS	–	maturitná skúška
EČ MS	–	externá časť maturitnej skúšky
GYM	–	gymnáziá
SOŠ	–	stredné odborné školy
ÚKO	–	úloha s krátkou odpoveďou (otvorená)
ÚVO	–	úloha s výberom odpovede (uzavretá)
BA	–	Bratislavský kraj
TT	–	Trnavský kraj
TN	–	Trenčiansky kraj
NR	–	Nitriansky kraj
ZA	–	Žilinský kraj
BB	–	Banskobystrický kraj
PO	–	Prešovský kraj
KE	–	Košický kraj
N	–	veľkosť štatistického súboru, počet žiakov
Sig.	–	obojstranná signifikancia, štatistická významnosť
MAT10	–	označenie testu z matematiky
P. Bis.	–	Point Biserial, parameter medzipoložkovej korelácie
r	–	korelačný koeficient, koeficient vecnej signifikancie
položka (testová)	–	príklad, úloha, otázka v teste určená na riešenie a hodnotená (0, 1) v hrubom skóre

Úvod

Dňa 18. marca 2010 sa konala externá časť maturitnej skúšky (EČ MS) z matematiky.

Cieľom EČ MS je overiť a zhodnotiť tie vedomosti a zručnosti maturantov, ktoré nie je možné overiť v dostatočnej miere v ústnej forme internej časti maturitnej skúšky. Vysoká objektivita a validita skúšky zaručuje porovnateľné výsledky pre žiakov z celého Slovenska.

Správa dokladuje korektnosť a exaktnosť EČ MS z matematiky a spracovania jej výsledkov.

V prvej časti správy opisujeme vstupy, uvádzame charakteristiky testu a kvantifikujeme štatistický súbor obsahujúci maturujúcich žiakov. Údaje o počte žiakov sú členené z hľadiska územného, zriaďovateľa školy, typu školy, spôsobu konania EČ MS a pohlavia.

V ďalšej časti prezentujeme kvalitatívne znaky testu a možné faktory rozdielnosti výkonov žiakov v EČ MS prostredníctvom štatistických výsledkov spracovaných podľa vybraných triediacich znakov.

V tretej časti prinášame výsledky štatistických meraní jednotlivých položiek testu. Opisujeme úspešnosť položiek podľa tematických celkov, typu školy a pohlavia, koreláciu položiek so zvyškom testu, rozlišovaciu silu a stupeň neriešenosti položiek. Na konci tejto časti predkladáme súhrnné charakteristiky jednotlivých položiek a ich interpretáciu.

V závere sumarizujeme štatistické zistenia smerované k hodnoteniu výkonov populačného ročníka a k overeniu meracieho nástroja, prípadne identifikujeme jeho slabiny v záujme budúceho skvalitnenia tvorby testov.

Informácie, ktoré správa prináša, sú určené predovšetkým pedagogickej verejnosti, ale aj tvorcom testov, didaktikom matematiky a kompetentným pracovníkom v problematike hodnotenia výsledkov vzdelávania.

Stručné vysvetlenie niektorých odborných pojmov, štatistických postupov a vzťahov používaných v tejto správe uvádzame v prílohe.

Variant vyhodnoteného testu a Kľúč správnych odpovedí sú uverejnené na www.nucem.sk.

1 Charakteristika testu EČ MS z matematiky a testovaní žiaci

1.1 Charakteristika testu EČ MS z matematiky

Maturitnú skúšku legislatívne upravuje zákon č. 245/2008 Z. z. a vyhláška č. 318/2008 Z. z., podľa ktorých všetci žiaci tak ako v minulom školskom roku absolvovali maturitnú skúšku z matematiky na jednej úrovni.

Test EČ MS z matematiky bol určený maturantom všetkých typov stredných škôl. Obsahoval 30 úloh, ktoré vychádzali z Cieľových požiadaviek na vedomosti a zručnosti maturantov z matematiky. Tematické celky Základy matematiky, Funkcie a Planimetria boli v teste zastúpené každý siedmimi úlohami, Stereometria piatimi a Kombinatorika, pravdepodobnosť a štatistika štyrmi úlohami.

Prvých dvadsať úloh bolo otvorených s krátkou odpoveďou. Žiaci mali vypočítať výsledok úlohy a uviesť ho v tvare presného desatinného čísla alebo zaokrúhleného podľa pokynov zadania. Posledných desať úloh bolo uzavretých s výberom odpovede. V každej úlohe mohli žiaci vyberať z piatich možností, z ktorých bola práve jedna správna.

Podľa náročnosti myšlienkovej operácie, ktorú musel žiak zvládnuť na vyriešenie úlohy, boli položky v teste rozdelené do nasledovných skupín kognitívnej náročnosti:

1. úlohy vyžadujúce jednoduché myšlienkové operácie (úlohy na reprodukciu a porozumenie) – overenie znalosti pojmov, porozumenie, priraďovanie, zoraďovanie, triedenie, porovnávanie, jednoduchá aplikácia,
2. úlohy vyžadujúce zložitejšie myšlienkové operácie (úlohy na aplikáciu poznatkov) – analýza, syntéza, indukcia, dedukcia, vysvetľovanie, hodnotenie, dokazovanie, overovanie algoritmov riešenia úloh v kontextoch blízkych alebo podobných školskej praxi,
3. úlohy vyžadujúce tvorivý prístup (problémové úlohy) – tvorba hypotéz, zložitejšia aplikácia, riešenie problémových situácií, objavovanie nových myšlienok a vzťahov, tvorba produktívnych riešení a použitie poznatkov v neobvyklých a neznámych kontextoch.

Z hľadiska predpokladanej obťažnosti test obsahoval osem ľahkých úloh, štrnásť stredne ťažkých a osem náročných úloh.

Úlohy testu bolo možné riešiť pomocou bežných písacích potrieb a kalkulačky, ktorá umožňovala obvyklé operácie a výpočet hodnôt funkcií. Nebolo dovolené používať kalkulačku, ktorá mala základné štatistické vybavenie alebo grafický displej. Žiaci mohli použiť aj prehľad základných matematických vzťahov uvedený na poslednom liste testu. V porovnaní s uplynulými rokmi zostal nezmenený, napriek tomu, že obsahoval aj vzťahy, ktoré podľa Cieľových požiadaviek na vedomosti a zručnosti maturantov z matematiky žiaci nemusia ovládať. Poznajú ich však z hodín matematiky a mohli ich využiť pri riešení niektorých príkladov v teste.

Žiaci mali na vyriešenie úloh testu 120 minút. Za každú správnu odpoveď získali 1 bod, bez ohľadu na obťažnosť úlohy, za nesprávnu alebo neuvedenú odpoveď získali 0 bodov.

Výtlačok testu obsahoval čiarový kód a úzky pásik geometrických vzorov, osobitý pre každý jednotlivý test. Zadania testu boli preložené do maďarského jazyka pre žiakov škôl s vyučovacím jazykom maďarským. Zdravotne znevýhodnení žiaci riešili test s graficky alebo obsahovo upraveným zadaním podľa požiadaviek špeciálneho pedagóga.

1.2 Testovaní žiaci

V nasledujúcej tabuľke uvádzame počet škôl a žiakov zapojených do EČ MS 2010 z matematiky triedený podľa krajov, zriaďovateľa a typu školy.

Tab. 1 Počet škôl a žiakov podľa kraja, zriaďovateľa a typu školy MAT10

		Školy		Žiaci	
		počet	%	počet	%
Kraj	BA	53	13,1	1389	15,4
	TT	33	8,2	720	8,0
	TN	41	10,1	908	10,1
	NR	48	11,9	958	10,6
	ZA	60	14,9	1612	17,9
	BB	54	13,4	1083	12,0
	PO	63	15,6	1224	13,6
	KE	52	12,9	1116	12,4
	spolu	404	100,0	9010	100,0
Zriaďovateľ	štátne školy	317	78,5	7969	88,4
	súkromné školy	34	8,4	241	2,7
	cirkevné školy	53	13,1	800	8,9
	spolu	404	100,0	9010	100,0
Typ školy	GYM	226	55,9	6225	69,1
	SOŠ	178	44,1	2785	30,9
	spolu	404	100,0	9010	100,0

EČ MS z matematiky (test MAT10) v školskom roku 2009/2010 vykonalo 9010 žiakov zo 404 škôl. Najpočetnejšou skupinou boli štátne školy a gymnáziá. Rozdelenie žiakov do škôl podľa zriaďovateľa nebolo rovnomerné, žiaci súkromných a cirkevných škôl tvorili z celkového počtu maturantov iba 11,6 %. V súkromných a cirkevných školách sa testovania zúčastnilo v priemere menej žiakov v prepočte na školu ako v štátnych školách, čo súvisí s počtom tried a žiakov v triedach v týchto školách.

EČ MS z matematiky nekonal žiadny žiak konzervatória. Necelá tretina maturujúcich žiakov boli žiaci SOŠ, ktorí konali maturitnú skúšku z matematiky ako dobrovoľný predmet. Cieľové požiadavky na vedomosti a zručnosti maturantov z matematiky, z ktorých vychádzajú úlohy testu, sú pre žiakov všetkých typov škôl rovnaké. Možnosti prípravy na maturitnú skúšku žiakov GYM a SOŠ však nie sú porovnateľné, vyplývajú z rozdielneho počtu hodín matematiky v učebnom pláne, rozsahu učiva v tematických celkoch a možnosti výberu voliteľných predmetov v maturitnom ročníku. Týmto skutočnostiam sme museli prispôsobiť zadania úloh testu.

V ďalšej tabuľke je uvedený počet žiakov zapojených do EČ MS 2010 z matematiky triedený podľa pohlavia, spôsobu konania skúšky a variantu riešeného testu.

Tab. 2 Počet žiakov podľa pohlavia, spôsobu vykonania EČ MS a variantu testu MAT10

		počet	%
Pohlavie	chlapci	5679	63,0
	dievčatá	3331	37,0
	spolu	9010	100,0
Spôsob konania	pero + papier	8294	92,1
	on-line	716	7,9
	spolu	9010	100,0
Variant	3504	4481	49,7
	3603	4529	50,3
	spolu	9010	100,0

Chlapci majú výraznú prevahu v počte maturujúcich žiakov z matematiky podľa pohlavia, v tomto školskom roku tvorili takmer dve tretiny z celkového počtu. V posledných rokoch sa mierne zvyšuje pomer maturujúcich chlapcov a dievčat v prospech chlapcov.

Už druhý rok pokračuje experimentálne overovanie konania EČ MS z matematiky on-line formou prostredníctvom počítača. Zvýšil sa počet škôl i žiakov zapojených do on-line maturity, v tomto školskom roku takto maturovalo 716 žiakov v 37 školách.

Počet a zastúpenie škôl a žiakov sa v posledných rokoch takmer nemení, pozorujeme iba veľmi mierny pokles celkového počtu maturujúcich žiakov z matematiky.

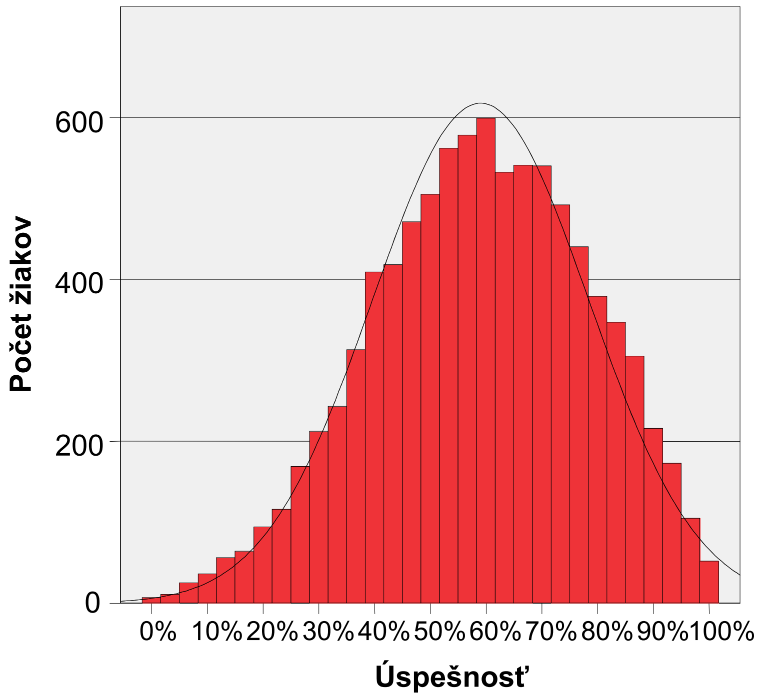
2 Výsledky testu EČ MS z matematiky

2.1 Všeobecné výsledky

V nasledujúcich tabuľkách a grafoch uvádzame kvalitatívne znaky testu a úspešnosti žiakov.

Tab. 3 Výsledné psychometrické charakteristiky testu MAT10

Počet testovaných žiakov	9010
Maximum	100,0 %
Minimum	0,0 %
Priemer	59,0 %
Štandardná odchýlka	19,4 %
Intervalový odhad úspešnosti populácie – dolná hranica	21,0 %
Intervalový odhad úspešnosti populácie – horná hranica	97,0 %
Štandardná chyba priemernej úspešnosti	0,2 %
Interval spoľahlivosti pre priemernú úspešnosť – dolná hranica	58,6 %
Interval spoľahlivosti pre priemernú úspešnosť – horná hranica	59,4 %
Štandardná chyba merania pre úspešnosť	7,4 %
Intervalový odhad úspešnosti individuálneho žiaka	14,5 %
Cronbachovo alfa	0,85



Obr. 1 Výsledný histogram rozloženia početností percentuálnych úspešností v MAT10

Priemerná úspešnosť žiakov v teste MAT10 (59,0 %) a normálny tvar histogramu rozloženia úspešností žiakov (*Obr. 1*), iba mierne vychýlený doprava, poukazujú na nižšiu náročnosť testu pre testovaných žiakov. Približne dve tretiny maturantov z matematiky dosiahlo úspešnosť v intervale od 39,6 % do 78,4 %. Podľa intervalového odhadu úspešnosti 95 % testovaných žiakov dosiahlo úspešnosť medzi 21,0 % a 97,0 %. Spoľahlivosť merania (reliabilita testu) určená hodnotou Cronbachovho alfa 0,85 je pre test s tridsiatimi položkami veľmi dobrá. Minulý školský rok dosiahla reliabilita hodnotu 0,82, zatiaľ najvyššia bola v roku 2007 s hodnotou 0,87.

Najnižšiu úspešnosť 0,0 % dosiahli 7 žiaci, najvyššiu úspešnosť 100,0 % dosiahlo 52 žiakov (*Tab. 4*). Najúspešnejšiu skupinu žiakov, ktorí dosiahli úspešnosť 90,0 % a viac, tvorí 546 žiakov, čo je 6,1 % všetkých žiakov. V EČ MS z matematiky neuspelo 790 žiakov (dosiahli úspešnosť nižšiu ako 33,0 %), čo predstavuje 8,8 % všetkých žiakov. Ich rozdelenie podľa typu školy a pohlavia uvádza *Tab. 5.* V minulom školskom roku nedosiahlo úspešnosť 33,0 % 1478 žiakov, čo bolo 16,0 % žiakov.

Menej úspešná polovica žiakov dosiahla priemernú úspešnosť 60,0 % alebo nižšiu a bola rozdelená do 19 skupín. Úspešnejšia polovica žiakov dosiahla úspešnosť 63,3 % a vyššiu a rozdelila sa do 12 skupín. Test MAT10 teda lepšie rozlíšil menej úspešných žiakov ako žiakov úspešnejších.

Tab. 4 Prepojenie úspešnosti a percentilu MAT10

Počet bodov	Úspešnosť %	Percentil	Počet žiakov	Počet bodov	Úspešnosť %	Percentil	Počet žiakov
0	0,0	0,0	7				
1	3,3	0,1	11	16	53,3	35,0	562
2	6,7	0,2	25	17	56,7	41,2	578
3	10,0	0,5	36	18	60,0	47,6	599
4	13,3	0,9	56	19	63,3	54,3	532
5	16,7	1,5	64	20	66,7	60,2	541
6	20,0	2,2	94	21	70,0	66,2	540
7	23,3	3,3	116	22	73,3	72,2	492
8	26,7	4,5	169	23	76,7	77,6	440
9	30,0	6,4	212	24	80,0	82,5	379
10	33,3	8,8	243	25	83,3	86,7	347
11	36,7	11,5	313	26	86,7	90,6	305
12	40,0	14,9	409	27	90,0	93,9	216
13	43,3	19,5	418	28	93,3	96,3	173
14	46,7	24,1	471	29	96,7	98,3	105
15	50,0	29,3	505	30	100,0	99,4	52

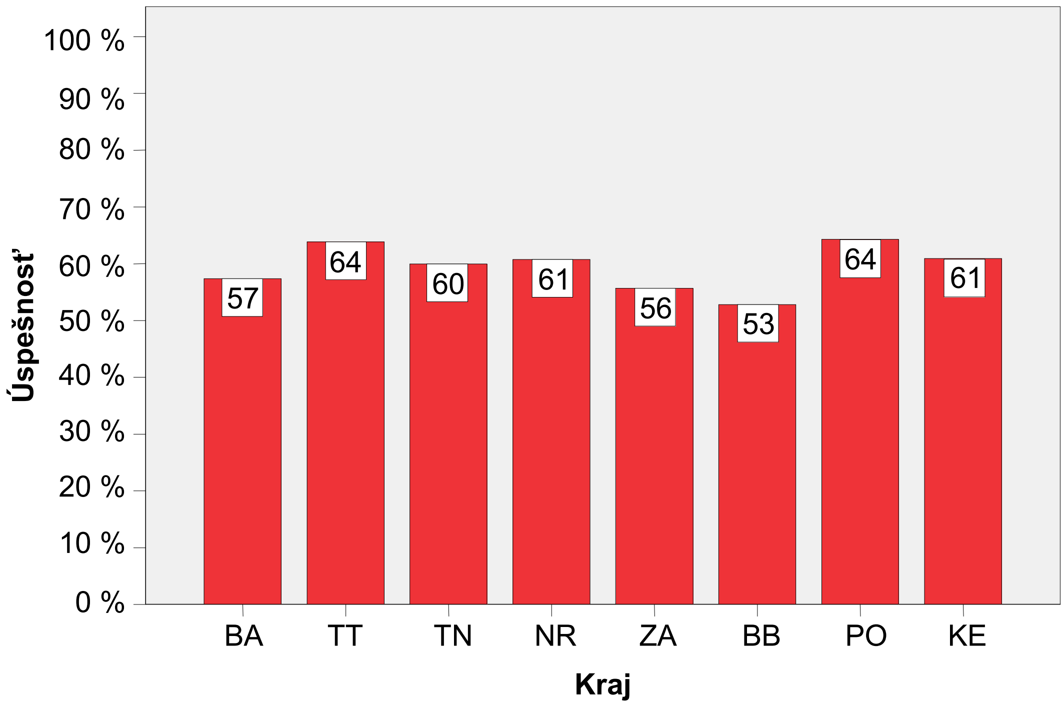
Tab. 5 Rozdelenie žiakov s úspešnosťou menšou ako 33,0 % v MAT10

		on-line		chlapci		dievčatá		spolu	
		počet	%	počet	%	počet	%	počet	%
Typ školy	GYM	6	0,8	119	15,1	113	14,3	238	30,1
	SOŠ	24	3,0	338	42,8	190	24,1	552	69,9
spolu		30	3,8	457	57,8	303	38,4	790	100,0

2.2 Rozdiely vo výsledkoch

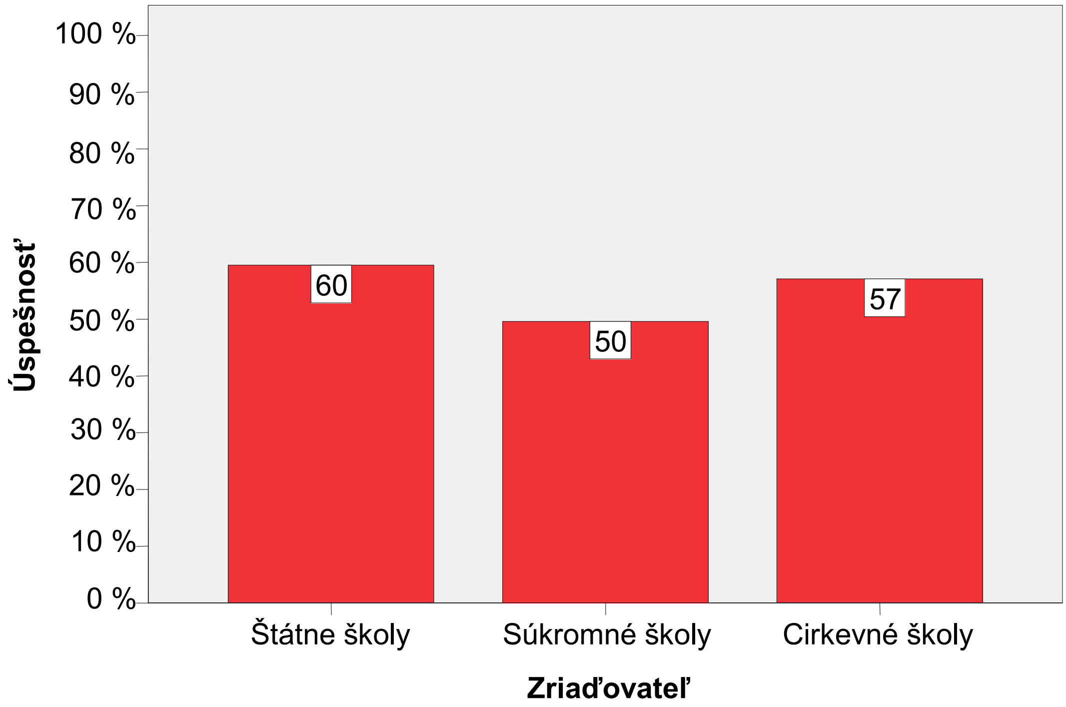
V nasledujúcich grafoch na *Obr. 2 – 6* prezentujeme rozdiely v úspešnosti žiakov podľa jednotlivých kategórií a v *Tab. 6* porovnanie priemerných úspešností s národným priemerom.

Medzi najúspešnejším Prešovským krajom (64,3 %) a posledným Banskobystrickým krajom (52,8 %) je len mierna úroveň vecnej signifikancie (r = 0,288). Banskobystrický, Prešovský a Trnavský kraj sa líšia od národného priemeru na úrovni miernej vecnej signifikancie. Konštatujeme, že medzi jednotlivými krajmi nie sú významné rozdiely v úspešnosti žiakov.



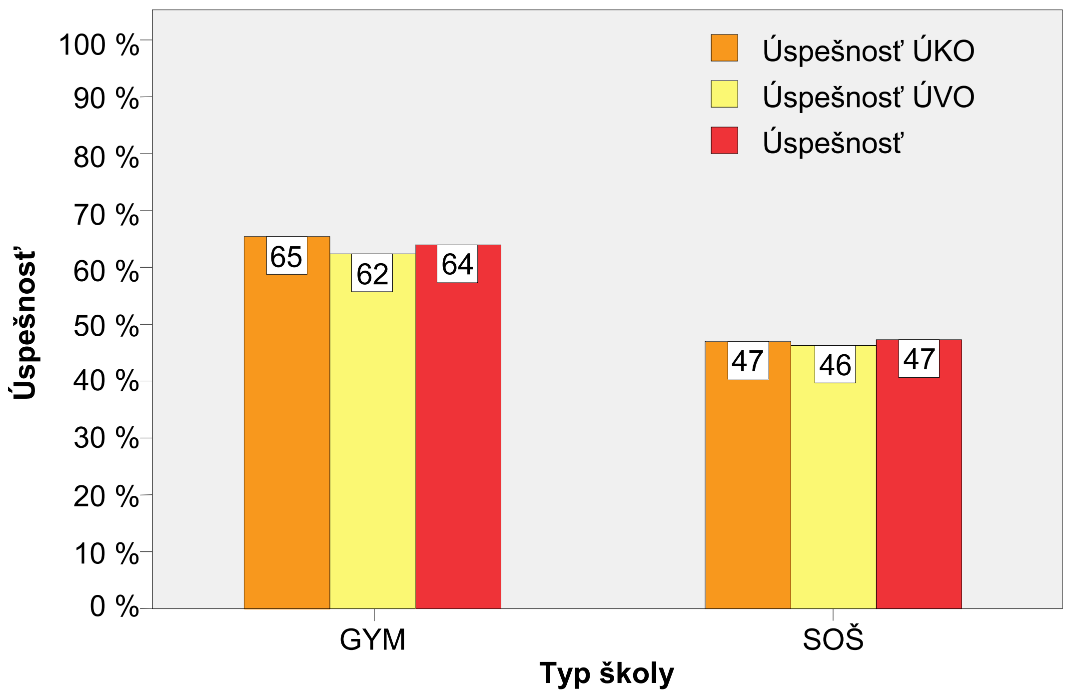
Obr. 2 Úspešnosť MAT10 podľa kraja

Analýza rozdielov podľa zriaďovateľa je ovplyvnená značne nerovnomerným rozdelením počtu žiakov do jednotlivých skupín. Miera vecnej signifikancie rozdielov podľa zriaďovateľa bola zanedbateľná, len medzi cirkevnými (57,1 %) a súkromnými školami (49,6 %) bola veľmi mierna (r = 0,168). Nepozorujeme významné rozdiely v úspešnosti žiakov v tejto kategórii.



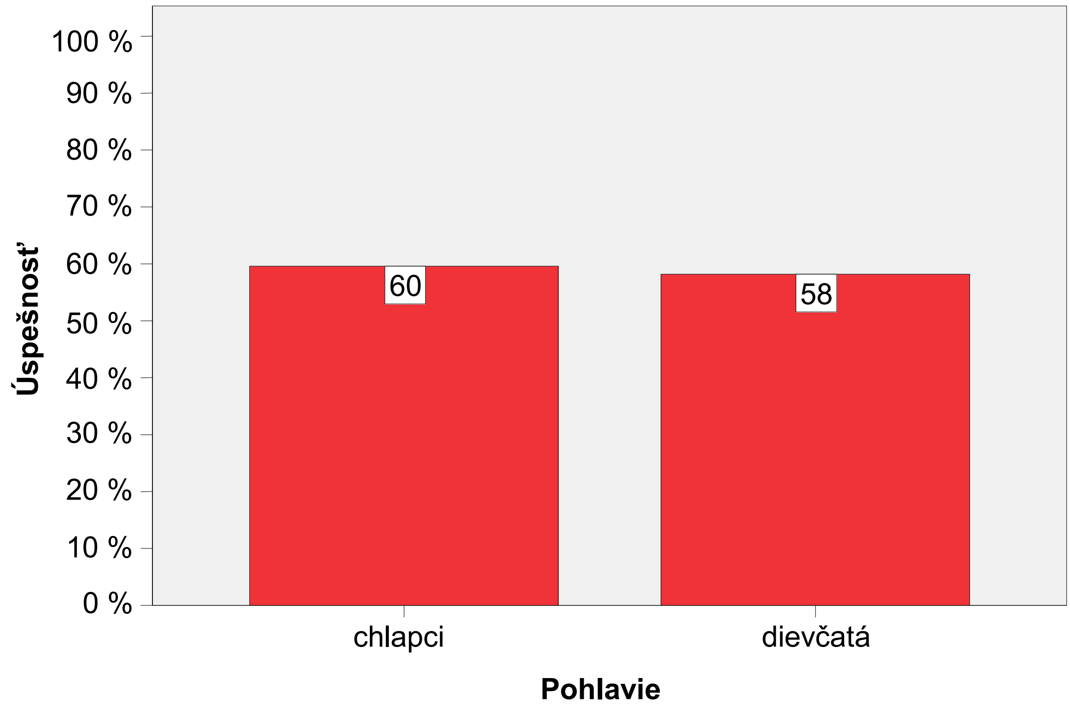
Obr. 3 Úspešnosť MAT10 podľa zriaďovateľa

Vzťah úspešnosti žiakov GYM (64,4 %) a SOŠ (47,0 %) je na strednej úrovni vecnej signifikancie (r = 0,415). Priemerná úspešnosť žiakov SOŠ sa od národného priemeru líšila na úrovni silnej vecnej signifikancie (r = 0,57), čo bolo spôsobené slabšími výsledkami žiakov SOŠ v porovnaní s národným priemerom.

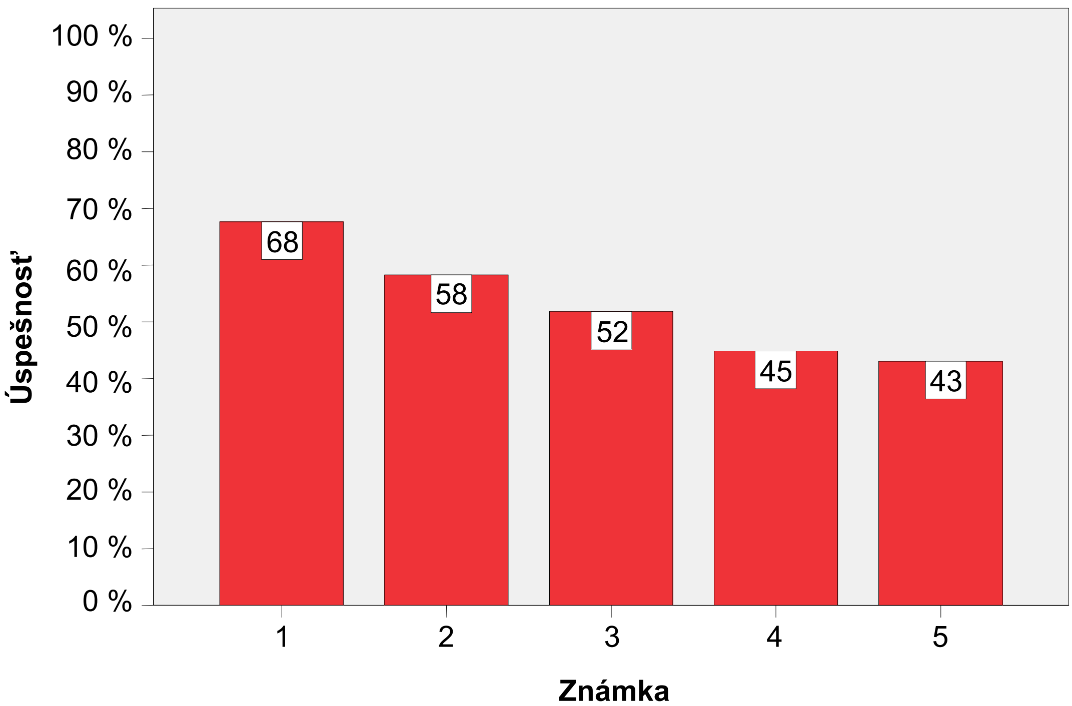


Obr. 4 Úspešnosť MAT10 podľa typu školy

Vecná signifikancia rozdielov priemerných úspešností podľa pohlavia je zanedbateľná (r = 0,035), priemerné výsledky chlapcov (59,5 %) a dievčat (58,1 %) sú približne rovnaké, nelíšia sa ani od národného priemeru.



Obr. 5 Úspešnosť MAT10 podľa pohlavia



Obr. 6 Úspešnosť MAT10 podľa polročnej známky z matematiky

Najväčší rozdiel v priemernej úspešnosti žiakov podľa polročnej známky z matematiky sme podľa očakávania zaznamenali medzi žiakmi s hodnotením 1 a 5. Najväčší rozdiel podľa vecnej signifikancie, ktorá zohľadňuje aj počty žiakov, bol na strednej úrovni medzi žiakmi s hodnotením 1 a 4 (r = 0,438) a žiakmi so známkou 1 a 3 (r = 0,396), na miernej úrovni medzi žiakmi s hodnotením 2 a 4 (r = 0,279) a so známkou 1 a 2 (r = 0,248). Medzi ostatnými skupinami žiakov bola úroveň vecnej signifikancie veľmi mierna až zanedbateľná. Žiaci riešiaci test on-line spôsobom polročnú známku z matematiky neuvádzali. Vecné signifikancie rozdielov priemerných úspešností podľa polročného hodnotenia od národného priemeru sú silné v prípade slabšieho výkonu žiakov so známkami 5 a 4, stredné pre horší výkon žiakov s hodnotením 3 a podľa očakávania lepší výkon jednotkárov.

Tab. 6 Porovnanie priemernej úspešnosti s národným priemerom MAT10

		Národný priemer = 59,0 %		
		Počet žiakov	Obojstranná signifikancia	Vecná signifikancia
Kraj	BA	1389	0,002	0,08
	TT	720	0,000	0,27
	TN	908	0,133	0,05
	NR	958	0,006	0,09
	ZA	1612	0,000	0,17
	BB	1083	0,000	0,30
	PO	1224	0,000	0,27
	KE	1116	0,001	0,10
Zriaďovateľ	štátne školy	7969	0,021	0,03
	súkromné školy	241	0,000	0,14
	cirkevné školy	800	0,002	0,11
Typ školy	GYM	6225	0,000	0,29
	SOŠ	2785	0,000	0,57
Pohlavie	chlapci	5679	0,037	0,03
	dievčatá	3331	0,010	0,04
Známka	1	2658	0,000	0,42
	2	2915	0,028	0,04
	3	2026	0,000	0,38
	4	642	0,000	0,62
	5	47	0,000	0,65
	on-line	716	0,000	0,29
	neuvedená	6	0,407	0,38

Všetky uvedené hodnoty rozdielov úspešností sú porovnateľné s minuloročnými hodnotami.

3 Interpretácia výsledkov položiek testu EČ MS z matematiky

3.1 Porovnanie variantov testu

Zo štatistických vyhodnotení vyplýva, že administrácia variantov testu 3504 a 3603 bola proporčná zo všetkých hľadísk. Porovnateľné boli aj dosiahnuté priemerné úspešnosti a reliability variantov testu (Cronbachovo alfa).

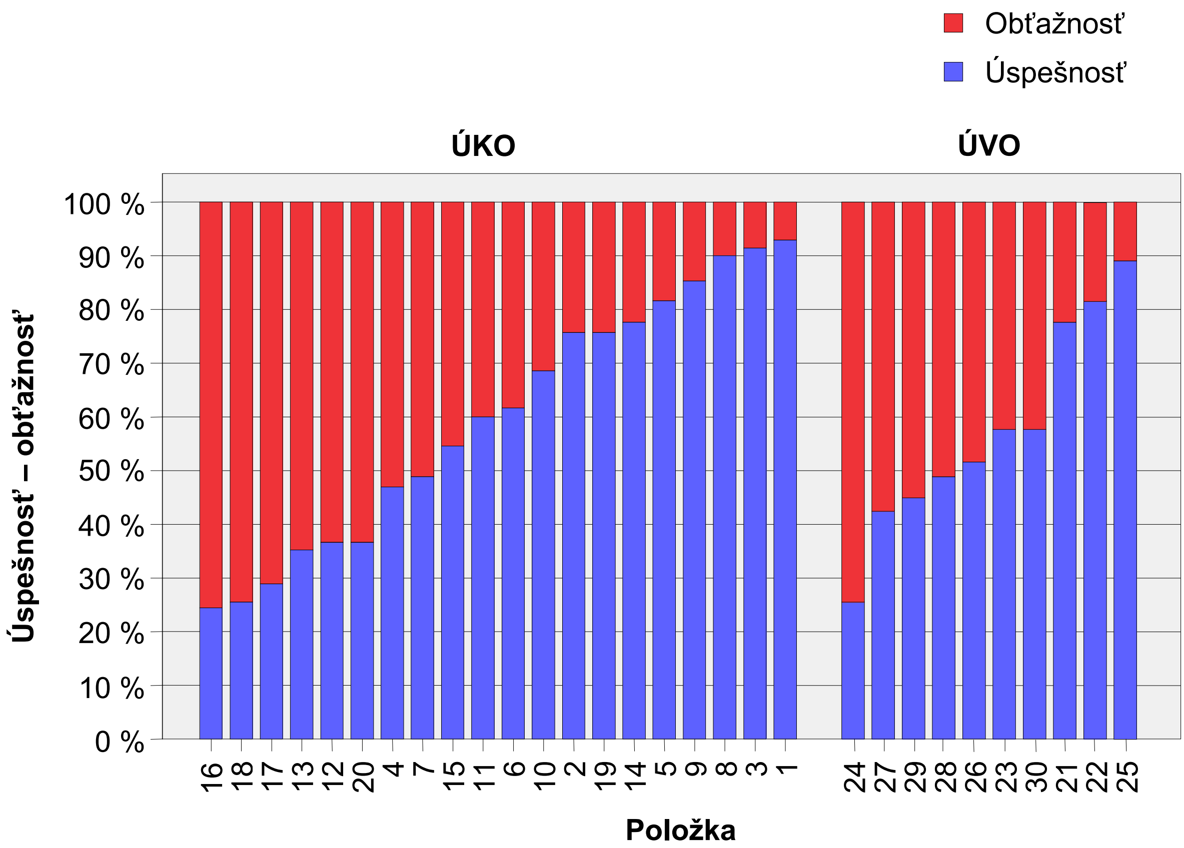
Tab. 7 Porovnanie variantov testu MAT10

		Počet administrovaných testov	Úspešnosť %	Štandardná odchýlka	Cronbachovo alfa
Variant	3504	4481	59,0	19,4	0,855
	3603	4529	59,0	19,4	0,853

Vecné signifikancie rozdielov úspešností položiek podľa variantu testu boli zanedbateľné. Poradie úloh teda nemalo vplyv na úspešnosť ich riešenia a preto považujeme varianty testu MAT10 za ekvivalentné. V nasledujúcich štatistických analýzach, v ktorých sledujeme vlastnosti jednotlivých položiek, sme použili zástupný variant 3504, ktorému zodpovedá aj číslovanie položiek.

3.2 Úspešnosť a obťažnosť položiek

Podľa dosiahnutých percentuálnych hodnôt priemerných úspešností test obsahoval tri extrémne ľahké úlohy (č. 1, 3, 8), štyri veľmi ľahké úlohy (č. 5, 9, 22, 25) a dvadsaťtri stredne obťažných úloh (*Obr. 7*). Najúspešnejší boli žiaci v úlohách z rôznych oblastí matematiky, ktorých riešenie nevyžadovalo zložitý výpočet, prípadne sa dalo určiť vypísaním možností alebo pomocou načrtnutého obrázka (č. 1 – určiť aritmetický priemer čísel, č. 3 – zistiť počet žiakov v autobuse, č. 5 – určiť počet domov na ulici, č. 25 – stanoviť čas súčasného otvorenia obchodov). Úspešní boli žiaci aj pri riešení úloh, v ktorých potrebovali krátky, jednoduchý výpočet (č. 14 – vypočítať aritmetický priemer známok, č. 19 – určiť dĺžku odvesny Pytagorovou vetou, č. 21 – nájsť člen postupnosti, č. 22 – vypočítať dĺžku strany v trojuholníku). S nižšou úspešnosťou žiaci riešili úlohy vyžadujúce získanie potrebných údajov z náčrtu (č. 12 – vypočítať objem ihlana, č. 16 – zistiť pomer objemov vzniknutých telies v kuželi) a matematizáciu reálnej situácie (č. 27 – vypočítať pravdepodobnosť rozsadenia hráčov na hokejovej striedačke, č. 29 – určiť počet čísel s danou vlastnosťou). Najnižšiu úspešnosť dosiahli žiaci v úlohách, v ktorých bol potrebný rozsiahlejší a zložitejší výpočet s využitím premenných, prípadne parametrov (č. 13 – vypočítať obsah rovnobežníka ohraničeného danými priamkami, č. 17 – určiť neznáme koeficienty v predpise inverznej funkcie, č. 18 – zistiť neznámy koeficient v rovnici priamky, ktorá sa pretína s kružnicou, č. 20 – určiť neznámy koeficient v predpise kvadratickej funkcie).



Obr. 7 Úspešnosť – obťažnosť položiek v jednotlivých častiach testu MAT10 – 3504 (položky sú usporiadané vzostupne podľa úspešnosti)

3.2.1 Úspešnosť a obťažnosť položiek podľa tematických celkov

V nasledujúcej tabuľke uvádzame rozdelenie úloh podľa tematických celkov.

Tab. 8 Rozdelenie položiek testu MAT10 podľa tematických celkov

	Poradové čísla položiek		Počet
Základy matematiky	ÚKO	1, 3, 5, 7, 8, 9, 11, 13, 15, 18, 19, 20,	20
	ÚVO	21, 22, 24, 25, 26, 28, 29, 30	
Funkcie	ÚKO	4, 7, 8, 9, 17, 20,	8
	ÚVO	21, 26	
Planimetria	ÚKO	4, 10, 13, 18, 19	7
	ÚVO	22, 23	
Stereometria	ÚKO	6, 12, 15, 16,	5
	ÚVO	28	
Kombinatorika, pravdepodobnosť a štatistika	ÚKO	1, 2, 14,	4
	ÚVO	27	

Niektoré úlohy sme zaradili aj do dvoch tematických celkov, ak si riešenie úlohy vyžadovalo využitie poznatkov a zručností z oboch celkov. Najobťažnejšou bola úloha č. 24 zo Základov matematiky zameraná na výroky, ďalšími boli niektoré úlohy zo Stereometrie (č. 12, 16), Planimetrie – analytickej geometrie (č. 13, 18) a Funkcií (č. 17, 20).

Najvyššiu priemernú úspešnosť dosiahli žiaci v tematickom celku Kombinatorika, pravdepodobnosť a štatistika (71,6 %), nasledovali celky Základy matematiky (62,5 %), Funkcie (54,4 %), Planimetria (53,8 %) a Stereometria (45,2 %). Nižšia úspešnosť úloh zo Stereometrie a Planimetrie a vyššia úspešnosť úloh z Kombinatoriky, pravdepodobnosti a štatistiky je v súlade s predpokladanou obťažnosťou a myšlienkovou operáciou, ktorú bolo treba využiť pri riešení úlohy. Prekvapila však nízka dosiahnutá úspešnosť úloh z tematického celku Funkcie v porovnaní s predpokladanou úspešnosťou. Zaostali najmä žiaci SOŠ, ktorých vecná signifikancia rozdielu priemernej úspešnosti od celkovej priemernej úspešnosti v tematickom celku Funkcie je silná (r = 0,60), čo pozorujeme v *Tab. 9*. Silnú mieru vecnej signifikancie rozdielov úspešností zaznamenali žiaci SOŠ aj v tematických celkoch Základy matematiky (r = 0,54) a Planimetria (r = 0,54). Žiaci gymnázií dosiahli najväčší rozdiel priemerných úspešností v tematických celkoch Základy matematiky a Funkcie na veľmi miernej úrovni vecnej signifikancie (r = 0,28).

Tab. 9 Úspešnosť v tematických celkoch podľa typu školy a vecná signifikancia rozdielu od celkovej priemernej úspešnosti tematického celku v teste MAT10 – 3504

		Priemerná úspešnosť %	Štandardná odchýlka	Vecná signifikancia
Základy matematiky	GYM	67,8	17,8	0,28
	SOŠ	50,9	18,4	0,54
Funkcie	GYM	61,8	24,7	0,28
	SOŠ	37,7	22,2	0,60
Planimetria	GYM	60,6	24,7	0,25
	SOŠ	38,7	23,8	0,54
Stereometria	GYM	50,0	28,2	0,18
	SOŠ	34,4	25,3	0,38
Kombinatorika, pravdep. a štatistika	GYM	74,1	21,7	0,13
	SOŠ	66,1	25,4	0,20

Ak porovnáme výsledky žiakov v tematických celkoch podľa typu školy, žiaci GYM dosiahli lepšie výsledky ako žiaci SOŠ na úrovni strednej vecnej signifikancie vo Funkciách (r = 0,421), v Základoch matematiky (r = 0,398) a v Planimetrii (r = 0,383), na úrovni miernej vecnej signifikancie v Stereometrii (r = 0,255) a na veľmi miernej úrovni v Kombinatorike, pravdepodobnosti a štatistike (r = 0,159).

3.2.2 Úspešnosť a obťažnosť položiek podľa typu školy

Vecná signifikancia rozdielov priemerných úspešností položiek podľa typu školy bola stredná (2 položky), mierna (13 položiek) až veľmi mierna (15 položiek). Všetky položky, okrem č. 27, boli obťažnejšie pre žiakov SOŠ ako pre žiakov GYM, najmä úlohy vyžadujúce zložitejšie algebraické riešenie (č. 13, 16, 17, 18, 20). Výber položiek s najväčšou mierou vecnej signifikancie rozdielov priemerných úspešností podľa typu školy uvádza nasledujúca tabuľka.

Tab. 10 Úspešnosť položiek MAT10 – 3504 podľa typu školy a vecná signifikancia rozdielov

Položka	Úspešnosť %		Vecná signifikancia
	GYM	SOŠ	
17	39,2	7,6	0,323
22	89,6	63,0	0,300
19	84,4	56,2	0,298
4	56,0	27,1	0,279
20	45,4	17,7	0,276

3.2.3 Úspešnosť a obťažnosť položiek podľa pohlavia

Vecná signifikancia rozdielov priemerných úspešností všetkých položiek podľa pohlavia je zanedbateľná. V položkách č. 24 a 26 dosiahli dievčatá vyššiu priemernú úspešnosť ako chlapci, v ostatných položkách boli úspešnejší chlapci. Najväčší rozdiel v priemerných úspešnostiach podľa pohlavia v prospech chlapcov bol v úlohách, ktorých zadanie alebo riešenie obsahovalo grafy, obrázky alebo schémy (č. 4, 7, 13, 18, 20, 23). Výber položiek s najväčšou mierou vecnej signifikancie rozdielov úspešnosti podľa pohlavia je zaznamenaný v nasledujúcej tabuľke.

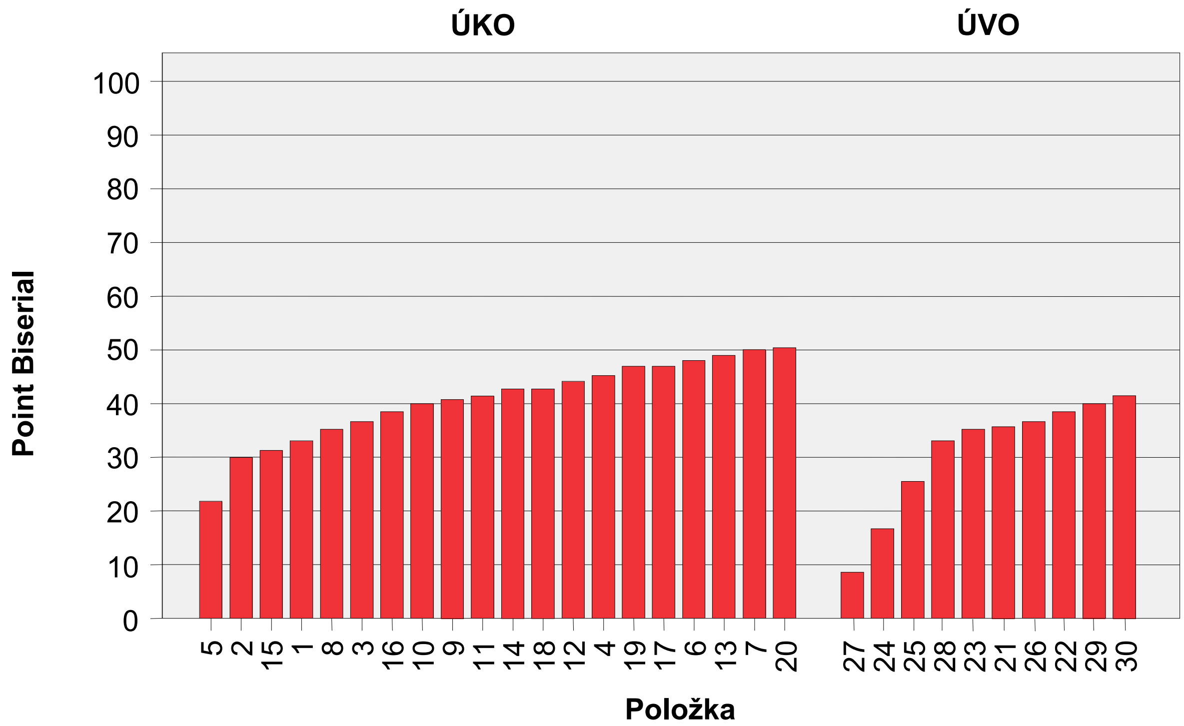
Tab. 11 Úspešnosť položiek MAT10 – 3504 podľa pohlavia a vecná signifikancia rozdielov

Položka	Úspešnosť %		Vecná signifikancia
	chlapci	dievčatá	
15	61,1	56,7	0,092
14	82,8	79,4	0,090
28	55,5	50,6	0,080
7	62,5	47,3	0,072
23	65,4	58,5	0,072

Štatistické vyhodnotenia v tejto kategórii sme realizovali na súbore 4126 žiakov. Neobsahoval 355 žiakov riešiacich variant testu 3504 on-line spôsobom.

3.3 Korelácia položiek so zvyškom testu

Graf na *Obr.8* znázorňuje hodnoty medzipoložkovej korelácie položiek testu vyjadrené stonásobkom koeficientu Point Biserial. Štrnásť položiek dosiahlo hodnotu *P. Bis*. vyššiu ako 40, z toho dve vyššiu ako 50. Všetky ÚKO dosiahli hodnotu *P. Bis.* vyššiu ako je kritická hodnota 20. Znamená to, že test bol reliabilný, vnútorne konzistentný, položky medzi sebou korelovali. Správne odpovede na položky s najvyššou hodnotou *P. Bis.* uvádzali väčšinou žiaci v teste celkove úspešnejší a naopak, úspešnosť žiaka v týchto položkách podmieňovala celkovú úspešnosť žiaka v teste.



Obr. 8 Point Biserial položiek v jednotlivých častiach testu MAT10 – 3504 (položky sú usporiadané vzostupne podľa *P. Bis.*)

Dve ÚVO dosiahli kritické hodnoty stonásobku *P. Bis.* nižšie ako 20. V položke č. 24 viac ako polovica odpovedajúcich žiakov volila distraktor C (*Tab. 12*). Z korelačného koeficientu tohto distraktora blížiaceho sa k nule usudzujeme, že túto odpoveď si volila aj veľká časť žiakov celkove v teste úspešná. Správnu odpoveď D si preto volilo málo žiakov (iba 25 %) a zrejme medzi nimi boli nielen celkove úspešní žiaci, ale aj slabší žiaci (nižšia kladná hodnota korelačného koeficientu 0,18). Dôsledkom bola najnižšia úspešnosť položky č. 24 zo všetkých úloh testu, čo však nemuselo byť spôsobené len obťažnosťou položky, ale podľa uvedeného vysvetlenia mohlo vyplývať aj z náhodného výberu niektorej z odpovedí, nepochopením zadania alebo nerozhodnosti u viacerých žiakov.

Tab. 12 Analýza distraktorov položky č. 24 testu MAT10 – 3504

č. 24	A	B	C	D	E	Bez odpovede
P. Bis.	– 0,06	– 0,14	– 0,04	0,18	– 0,03	– 0,06
Podiel žiakov	0,01	0,12	0,58	0,25	0,03	0,01
Počet žiakov	60	519	2585	1134	155	28

V položke č. 27 si správnu odpoveď B volilo 43 % žiakov (*Tab. 13*). Z nízkej kladnej hodnoty jej korelačného koeficientu 0,08 usudzujeme, že to neboli len úspešnejší žiaci, ale aj väčší počet menej úspešných žiakov. Veľa celkove úspešnejších žiakov zlákali distraktory C a E, čo vidíme z ich kladných hodnôt korelačných koeficientov blížiacich sa k nule. Dôvodom mohlo byť nezarátanie niektorých možností v priebehu postupu riešenia, chyba vo výpočte, ale v malom počte aj výber týchto odpovedí bez výpočtu len na základe úvahy alebo odhadu najpravdepodobnejšej odpovede spôsobený nedostatkom času, keďže položka č. 27 je jednou z posledných v teste.

Tab. 13 Analýza distraktorov položky č. 27 testu MAT10 – 3504

č. 27	A	B	C	D	E	Bez odpovede
P. Bis.	– 0,12	0,08	0,04	– 0,07	0,01	– 0,06
Podiel žiakov %	0,08	0,43	0,28	0,14	0,08	0,01
Počet žiakov	347	1908	1243	612	342	29

3.4 Distribúcia úspešnosti a citlivosť položiek

Citlivosť všetkých položiek testu bola vyhovujúca. Jedenásť položiek malo hodnotu citlivosti od 20 % do 50 %, citlivosť ostatných položiek bola vyššia ako 50 %.

Grafy distribúcie úspešnosti položiek uvádzame pri súhrnnej charakteristike jednotlivých položiek v kapitole 3.6.

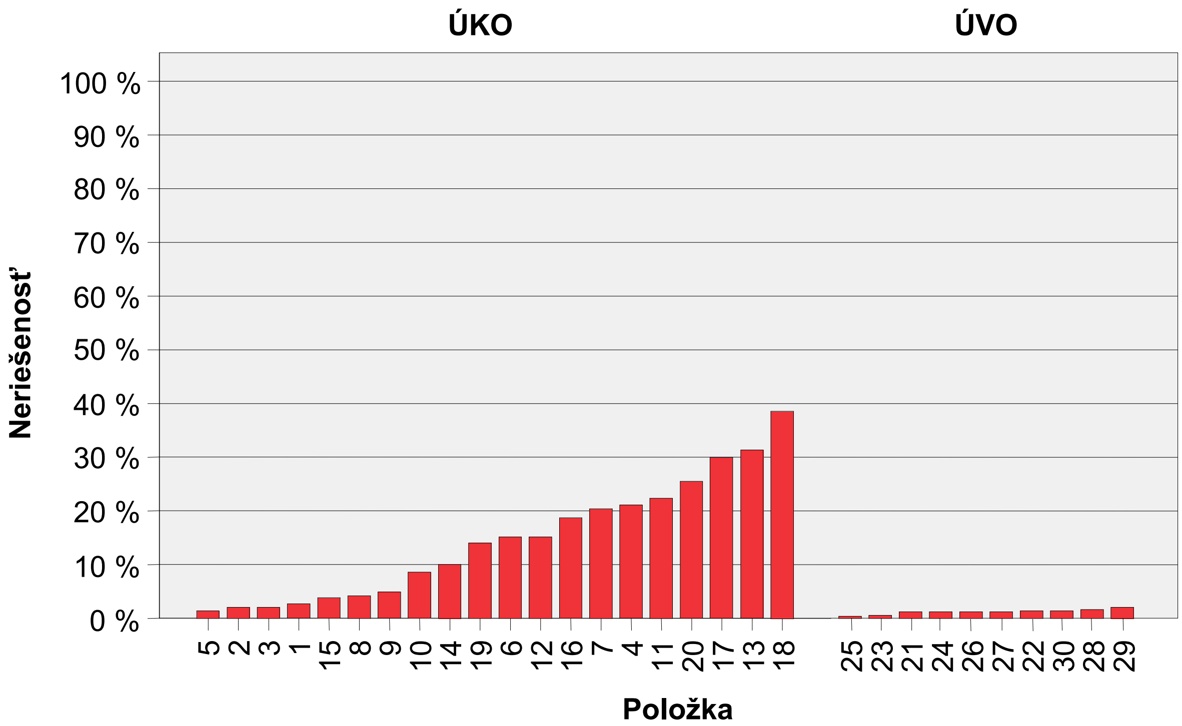
Položky č. 5, 8 a 25 výrazne oddelili poslednú výkonnostnú skupinu, položky č. 1, 3 a 9 posledné dve výkonnostné skupiny. Tieto položky boli na celkovú výkonnosť žiakov citlivé málo až nedostatočne, pretože pre ostatné skupiny žiakov boli rovnako ľahké. Položky č. 24 a 27 naopak rozlíšili iba prvé dve výkonnostné skupiny, ostatné skupiny žiakov dosiahli približne rovnakú úspešnosť bez ohľadu na celkovú úspešnosť v teste. Niektoré položky dobre diferencovali polovicu výkonnostného spektra, napríklad položky č. 12, 13, 17 a 20 úspešnejších žiakov, položky č. 14 a 19 slabších žiakov. Ostatné položky plynule rozlíšili všetky výkonnostné skupiny v závislosti od hodnoty citlivosti. Ideálnymi boli napríklad položky č. 6, 7 a 20.

3.5 Neriešenosť položiek

Neriešenosť položiek je spôsobená takmer výlučne vynechanosťou. Hodnota nedosiahnutosti prvých desiatich úloh bola nulová, teda prvú tretinu testu riešili všetci žiaci. Najvyššiu, ale zanedbateľnú hodnotu nedosiahnutosti 0,3 % sme zaznamenali len pri posledných dvoch položkách testu. Z vysokej hodnoty *P. Bis.* správnej odpovede, nízkych záporných hodnôt *P. Bis.* distraktorov, dobrej hodnoty citlivosti a tvaru grafu distribúcie úspešnosti usudzujeme, že väčšina žiakov odpovede na tieto úlohy nevolila náhodne, ale ich aj skutočne riešila. Úspešnosť žiakov v týchto položkách zodpovedá celkovej úspešnosti v teste. Konštatujeme, že žiaci mali dostatok času na riešenie všetkých úloh testu.

Najvyššiu neriešenosť sme zaznamenali u položiek, ktoré zároveň dosiahli najnižšiu priemernú úspešnosť (*Obr. 9*). Riešenie týchto úloh vyžadovalo časovo dlhší náročnejší výpočet. Maturanti v nich mali preukázať zručnosti pri práci s premennými v algebraických výrazoch. Predpokladáme, že žiaci, ktorí na tieto úlohy neuviedli odpoveď, buď nevedeli, ako príklad vypočítať, alebo uprednostnili úlohy, ktorých riešenie mohli určiť jednoduchšie a rýchlejšie.

Podiel žiakov SOŠ, ktorí neodpovedali na jednotlivé položky, bol najčastejšie dvojnásobný, ako podiel neodpovedajúcich žiakov GYM.



Obr. 9 Neriešenosť položiek v jednotlivých častiach testu MAT10 – 3504 (položky sú usporiadané vzostupne podľa neriešenosti)

3.6 Súhrnné charakteristiky položiek

Štyri položky testu MAT10 zaznamenali jednu výrazne nepriaznivú hodnotu štatistického ukazovateľa.

Položky č. 24 a 27 mali nízku hodnotu korelačného koeficientu *P. Bis.*, ale odlíšili dve najúspešnejšie výkonnostné skupiny žiakov.

Položky č. 10 a 18 mali vyššiu neriešenosť, ale veľmi dobré hodnoty ostatných štatistických ukazovateľov výsledkov žiakov, ktorí na tieto úlohy uviedli odpoveď.

Z uvedených dôvodov položky neboli prebodované a mali v teste svoju opodstatnenosť.

V nasledujúcej časti prinášame súhrnné charakteristiky jednotlivých položiek vo forme prehľadných tabuliek. Pri každej položke uvádzame:

- Tému
- Predpokladanú obťažnosť – podľa objednávky na tvorbu testu EČ MS z matematiky
- Testovanú myšlienkovú operáciu – podľa objednávky na tvorbu testu EČ MS z matematiky.
- Zadanie
- Riešenie
- Štatistické vyhodnotenie – obsahuje celkovú úspešnosť, úspešnosť žiakov GYM a SOŠ, úspešnosť chlapcov a dievčat, neriešenosť, citlivosť, korelačný koeficient *P. Bis.* a graf distribúcie úspešnosti žiackych odpovedí. Úspešnosť chlapcov a dievčat je vyhodnocovaná na súbore bez žiakov riešiacich test on-line spôsobom. Celková úspešnosť preto nie je vždy v súlade s úspešnosťou chlapcov a dievčat.
- Najčastejšie odpovede, frekvenciu ich výskytu a predpokladanú príčinu uvedenia danej odpovede pri otvorených položkách.
- Frekvenciu voľby ponúkaných odpovedí, ich korelačný koeficient *P. Bis.* a predpokladanú príčinu voľby danej možnosti pri uzavretých úlohách s výberom odpovede.
- Komentár – hodnotiace vyjadrenia, ktoré interpretujú namerané údaje štatistických ukazovateľov.

Štatistické vyhodnotenia a frekvencie najčastejších odpovedí sú uvedené podľa hodnôt variantu testu MAT 10 – 3504.

Príklad **č. 1**	Téma: 5.2 Štatistika
Testované myšlienkové operácie: reprodukcia a jednoduché myšlienkové operácie	
Predpokladaná obťažnosť: ľahká úloha	

Zadanie:

Číslo 2 010 môžeme napísať ako súčet troch po sebe idúcich prirodzených čísel. Určte aritmetický priemer týchto čísel.

Riešenie:

(1) Tri po sebe idúce neznáme prirodzené čísla označíme $x-1, x, x+1$.

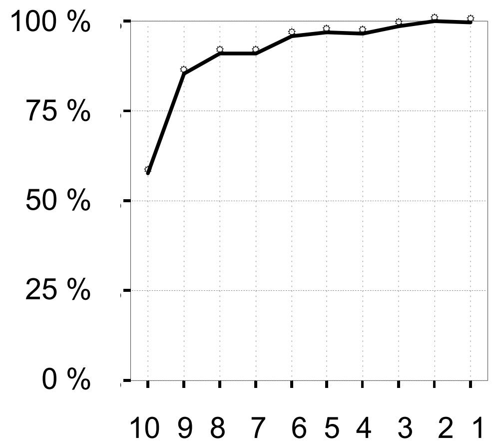
(2) Podmienku zo zadania úlohy vyjadríme rovnicou $x-1+x+x+1=2010$. Odtiaľ $3x=2010$, $x=670$. Hľadané čísla sú $669, 670$ a 671.

(3) Aritmetický priemer čísel je 670.

Štatistické vyhodnotenie:

úspešnosť	celková	91,4 %
	žiaci GYM	94,7 %
	žiaci SOŠ	83,9 %
	chlapci	92,7 %
	dievčatá	92,1 %
neriešenosť		2,6 %
citlivosť		28,1 %
P. Bis.		33,7

Graf distribúcie úspešnosti žiackych odpovedí:



Najčastejšie odpovede a frekvencia ich výskytu:

odpoveď	frekvencia	predpokladaná príčina uvedenej odpovede
670	91,4 %	správna odpoveď
–	2,6 %	neuvedená odpoveď
1	1,8 %	Neznalosť pojmov z aritmetickej postupnosti, žiaci uviedli namiesto aritmetického priemeru troch hľadaných čísel diferenciu aritmetickej postupnosti, ktorú hľadané čísla tvorili.

Komentár:

Úloha vyžadovala schopnosť nájsť tri za sebou nasledujúce neznáme prirodzené čísla, či už intuitívne alebo pomocou aritmetickej postupnosti a následne schopnosť vypočítať aritmetický priemer nájdených čísel. Šikovnejší žiaci si zrejme uvedomili, že aritmetický priemer troch hľadaných čísel je prostredné hľadané číslo a zároveň tretina zadaného súčtu. Úloha bola ľahká pre všetkých žiakov, mierne odlíšila iba poslednú výkonnostnú skupinu od ostatných žiakov. Pre úspešnejšiu polovicu žiakov bola úloha extrémne ľahká, riešili ju s takmer 100 % úspešnosťou.

Príklad **č. 2**	Téma: 5.1 Kombinatorika a pravdepodobnosť

Testované myšlienkové operácie: zložitejšie myšlienkové operácie

Predpokladaná obťažnosť: ľahká úloha

Zadanie:

Desať futbalových mužstiev hralo na turnaji systémom práve raz každý s každým. Priemerne koľko gólov padlo v jednom zápase, ak počas celého turnaja hráči strelili 135 gólov?

Riešenie:

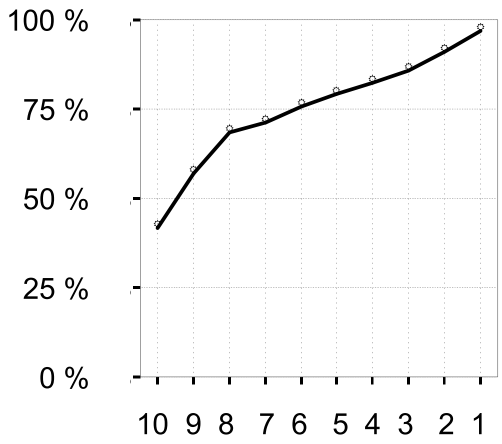
(1) Na turnaji každé z desiatich mužstiev odohralo deväť zápasov, každý zápas si však započítali obe mužstvá, preto celkový počet odohraných zápasov na turnaji bol $\frac{10.9}{2} = 45$.

(2) 135 strelených gólov rozdelíme rovnomerne na 45 zápasov, teda $\frac{135}{45} = 3$. V jednom zápase padli priemerne 3 góly.

Štatistické vyhodnotenie:

úspešnosť	celková	75,1 %
	žiaci GYM	78,9 %
	žiaci SOŠ	66,6 %
	chlapci	79,4 %
	dievčatá	75,8 %
neriešenosť		2,2 %
citlivosť		44,4 %
P. Bis.		30,0

Graf distribúcie úspešnosti žiackych odpovedí:



Najčastejšie odpovede a frekvencia ich výskytu:

odpoveď	frekvencia	predpokladaná príčina uvedenej odpovede
3	75,1 %	správna odpoveď
1,5	10,5 %	Žiaci v (1) zle vypočítali celkový počet zápasov na 90, pretože započítali každý zápas dvakrát.
–	2,2 %	neuvedená odpoveď
1,35	2,2 %	Myšlienková chyba, počet strelených gólov žiaci prepočítali na počet mužstiev ($\frac{135}{10} = 1{,}35$) a nie na počet odohratých zápasov.

Komentár:

Riešenie úlohy vyžadovalo znalosť základných kombinatorických princípov. Úloha bola takmer veľmi ľahká pre všetky skupiny žiakov, odlíšila posledné dve výkonnostné skupiny žiakov.

Príklad **č. 3**	Téma: 1.4 Rovnice, nerovnice a ich sústavy

Testované myšlienkové operácie: reprodukcia a jednoduché myšlienkové operácie

Predpokladaná obťažnosť: ľahká úloha

Zadanie:

Na výlet autobusom išiel párny počet žiakov. Všetci sa zmestili do 30-miestneho autobusu. Koľko žiakov sa zúčastnilo výletu, ak dievčat bolo 10-krát viac ako chlapcov?

Riešenie:

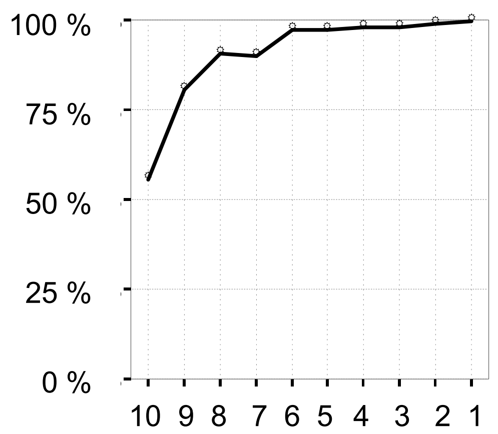
(1) Počet chlapcov označíme p, počet dievčat potom bude $10p$. Súčet počtu chlapcov a dievčat má byť menší alebo rovný 30. Zostavíme nerovnicu $p + 10p \leq 30$, odkiaľ $p \leq 2{,}7$.

(2) Možným riešením nerovnice z množiny prirodzených čísel je $p = 1$ alebo $p = 2$. Pre $p = 1$ by boli riešením úlohy 1 chlapec a 10 dievčat, teda 11 žiakov, čo nie je párny počet všetkých žiakov. Pre $p = 2$ by boli v triede 2 chlapci a 20 dievčat, čo je spolu 22 žiakov, teda vyhovujúci párny počet. Výletu sa zúčastnilo 22 žiakov.

Štatistické vyhodnotenie:

úspešnosť	celková	90,7 %
	žiaci GYM	93,1 %
	žiaci SOŠ	85,4 %
	chlapci	93,8 %
	dievčatá	91,6 %
neriešenosť		2,2 %
citlivosť		31,3 %
P. Bis.		36,1

Graf distribúcie úspešnosti žiackych odpovedí:



Najčastejšie odpovede a frekvencia ich výskytu:

odpoveď	frekvencia	predpokladaná príčina uvedenej odpovede
22	90,7 %	správna odpoveď
30	2,5 %	Žiadny počet chlapcov a desaťkrát väčší počet dievčat nie je 30. Predpokladáme, že žiaci uviedli odpoveď podľa vety v zadaní, podľa ktorej sa všetci žiaci zmestia do 30-miestneho autobusu.
–	2,2 %	neuvedená odpoveď

Komentár:

Žiaci mali v úlohe pomocou postupu uvedeného v riešení alebo postupným preskúmaním vhodných možností zistiť správny výsledok, pričom museli zohľadniť všetky požiadavky zadania úlohy. Úloha bola podľa očakávania extrémne ľahká pre všetky skupiny žiakov, odlíšila posledné dve výkonnostné skupiny. Úloha nerozlíšila úspešnejšiu polovicu žiakov, ktorí ju riešili s takmer 100 % úspešnosťou.

Príklad **č. 4**	Téma: 3.2 Analytická geometria v rovine

Testované myšlienkové operácie: reprodukcia a jednoduché myšlienkové operácie

Predpokladaná obťažnosť: ľahká úloha

Zadanie:

Určte smernicu priamky, ktorá prechádza bodmi $A\,[3;\,0]$ a $B\,[4;\,2]$.

Riešenie:

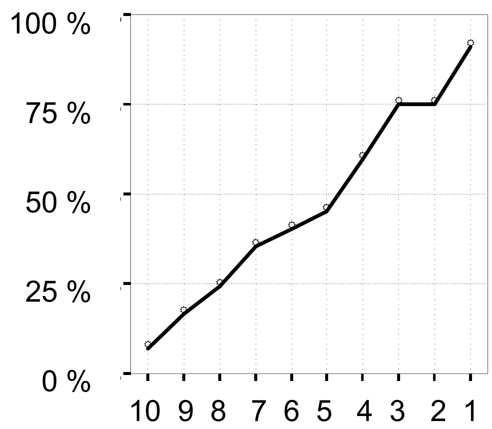
(1) Smernica $k = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{2-0}{4-3} = 2$.

(2) Iný spôsob výpočtu smernice využitím smernicovej rovnice priamky $y = kx + q$. Body *A* a *B* ležia na priamke, preto ich súradnice vyhovujú rovnici priamky. Postupne dosadíme za x a y súradnice bodov *A* a *B*, získame sústavu dvoch lineárnych rovníc s dvoma neznámymi $0 = 3k + q$, $2 = 4k + q$, ktorej riešením je $k = 2$ a $q = -6$.

Štatistické vyhodnotenie:

úspešnosť	celková	47,1 %
	žiaci GYM	56,0 %
	žiaci SOŠ	27,1 %
	chlapci	54,9 %
	dievčatá	43,5 %
neriešenosť		21,2 %
citlivosť		71,2 %
P. Bis.		45,4

Graf distribúcie úspešnosti žiackych odpovedí:



Najčastejšie odpovede a frekvencia ich výskytu:

odpoveď	frekvencia	predpokladaná príčina uvedenej odpovede
2	47,1 %	správna odpoveď
–	21,2 %	neuvedená odpoveď
– 6	3,0 %	Žiaci uviedli namiesto smernice k hodnotu premennej q.
3	2,5 %	Žiaci zrejme iba z náčrtu priamky pomocou súradníc daných bodov odhadovali smernicu priamky.

Komentár:

Úloha vyžadovala znalosť pojmu smernice z učiva analytickej geometrie alebo schopnosť napísať rovnicu lineárnej funkcie, ktorej grafom je priamka určená dvoma bodmi. Dosiahnutá úspešnosť nepotvrdila predpoklad ľahkej úlohy. Viac než dvojnásobný rozdiel sme zaznamenali v úspešnosti medzi žiakmi GYM a SOŠ. Úloha dosiahla vysokú hodnotu citlivosti a medzipoložkovej korelácie *P. Bis.* – výborne rozlíšila žiakov výkonnostných skupín. Žiaci v teste celkove úspešnejší boli úspešnejší aj pri riešení tejto úlohy.

Príklad **č. 5**	Téma: 1.2 Čísla, premenné a výrazy

Testované myšlienkové operácie: zložitejšie myšlienkové operácie

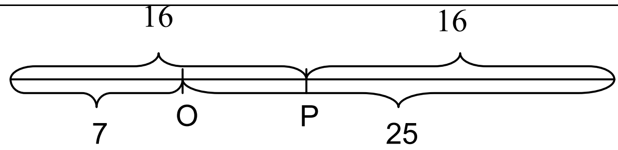
Predpokladaná obťažnosť: stredne ťažká úloha

Zadanie:

Spolužiaci Oľga a Peter bývajú na tej istej strane priamej ulice. Na druhej strane ulice domy nie sú. Vľavo od Oľginho domu je 7 domov, vpravo od Oľginho domu je 25 domov tejto ulice. Peter býva v prostrednom dome ulice. Zistite, koľko domov je medzi Oľginým a Petrovým domom.

Riešenie:

(1) Situáciu zaznačíme v obrázku:

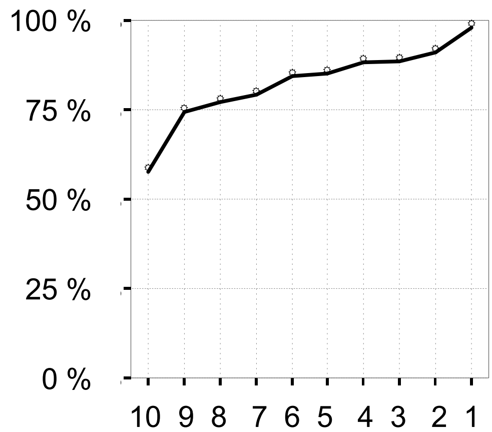


(2) Na ulici je 7 + 1 Oľgin + 25 = 33 domov. Jeden prostredný z nich je Petrov, ostatných 32 domov stojí tak, že 16 je napravo a 16 naľavo od Petrovho domu. Oľgin dom je podľa obrázka naľavo od Petrovho ôsmy v poradí. Ak od 16 domov naľavo od Petrovho odčítame 8 domov, zostane 8 domov, ktoré stoja medzi Oľginým a Petrovým domom. Medzi Oľginým a Petrovým domom je 8 domov.

Štatistické vyhodnotenie:

úspešnosť	celková	82,5 %
	žiaci GYM	84,0 %
	žiaci SOŠ	79,1 %
	chlapci	85,4 %
	dievčatá	82,2 %
neriešenosť		0,8 %
citlivosť		28,6 %
P. Bis.		22,0

Graf distribúcie úspešnosti žiackych odpovedí:



Najčastejšie odpovede a frekvencia ich výskytu:

odpoveď	frekvencia	predpokladaná príčina uvedenej odpovede
8	82,5 %	správna odpoveď
9	7,6 %	V (2) žiaci neodpočítali Oľgin dom, vypočítali 16 – 7 = 9.
7	4,3 %	V (2) žiaci odpočítali aj Petrov dom a riešili 15 – 8 = 7 alebo v (1) nesprávne určili celkový počet domov ulice na 7 + 25 = 32.

Komentár:

Úloha vyžadovala správne pochopenie zadania a schopnosť predstaviť si, prípadne správne zakresliť reálnu situáciu. Žiaci dosiahli vyššiu úspešnosť ako bola predpokladaná obťažnosť. Úloha slabo rozlíšila žiakov, bola veľmi ľahká takmer pre všetky skupiny žiakov.

Príklad **č. 6**	Téma: 4.5 Telesá

Testované myšlienkové operácie: zložitejšie myšlienkové operácie

Predpokladaná obťažnosť: stredne ťažká úloha

Zadanie:

Rozmery kvádra sú v pomere 1 : 4 : 8. Jeho telesová uhlopriečka má dĺžku 18 cm. Vypočítajte v centimetroch dĺžku najdlhšej hrany kvádra.

Riešenie:

(1) Dĺžky hrán kvádra označíme podľa pomerov v zadaní x, $4x$, $8x$, dĺžku uhlopriečky v podstave u_p a dĺžku telesovej uhlopriečky u_t.

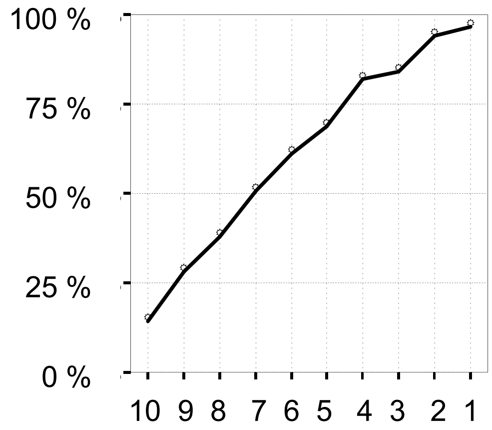
(2) Zapíšeme Pytagorovu vetu v pravouhlom trojuholníku v podstave: $x^2+(4x)^2=u_p^2$, odkiaľ $u_p^2=17x^2$. Ďalšiu Pytagorovu vetu zapíšeme v pravouhlom trojuholníku s odvesnami $8x$ a u_p a preponou $u_t=18$ v tvare $u_p^2+(8x)^2=u_t^2$, odkiaľ $17x^2+64x^2=324$, $x=2$, záporná hodnota -2 dĺžke nevyhovuje.

(3) Najdlhšia je strana $8x$, ktorej dĺžka je $8 . 2=16$ cm.

Štatistické vyhodnotenie:

úspešnosť	celková	61,9 %
	žiaci GYM	67,8 %
	žiaci SOŠ	48,7 %
	chlapci	71,3 %
	dievčatá	62,6 %
neriešenosť		15,4 %
citlivosť		74,1 %
P. Bis.		48,7

Graf distribúcie úspešnosti žiackych odpovedí:



Najčastejšie odpovede a frekvencia ich výskytu:

odpoveď	frekvencia	predpokladaná príčina uvedenej odpovede
16	61,9 %	správna odpoveď
–	15,4 %	neuvedená odpoveď
12	1,3 %	V (2) žiaci použili nesprávne dĺžky strán pri zápise Pytagorových viet, stranu $8x$ použili v oboch Pytagorových vetách.

Komentár:

Úloha vyžadovala znalosť polohových vzťahov medzi stranami a uhlopriečkami v kvádri a schopnosť výpočtu dĺžok pomocou Pytagorovej vety. Úloha bola mierne obťažnejšia pre žiakov SOŠ ako pre žiakov GYM. Mala výbornú hodnotu citlivosti, medzipoložkovej korelácie *P. Bis.* a tvar grafu distribúcie žiackych odpovedí – dobre rozlíšila žiakov.

Príklad **č. 7**	Téma: 2.5 Goniometrické funkcie

Testované myšlienkové operácie: reprodukcia a jednoduché myšlienkové operácie

Predpokladaná obťažnosť: stredne ťažká úloha

Zadanie:

Určte najmenšie prirodzené číslo p, pre ktoré rovnica $2\,sin\;x = p$ nemá riešenie.

Riešenie:

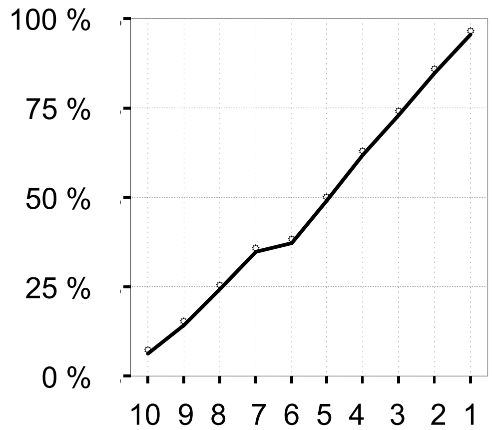
(1) Z uvedenej rovnice platí $\sin x = \frac{p}{2}$.

(2) Hodnoty funkcie sínus sú z intervalu $\langle -1; 1\rangle$. Podľa (1) získame nerovnosti $\frac{p}{2} < -1$ alebo $\frac{p}{2} > 1$. Ak p má byť prirodzené číslo, k riešeniu vedie iba nerovnosť $\frac{p}{2} > 1$, odkiaľ $p > 2$. Najmenšie prirodzené číslo vyhovujúce tejto podmienke je $p = 3$.

Štatistické vyhodnotenie:

úspešnosť	celková	48,2 %
	žiaci GYM	56,1 %
	žiaci SOŠ	30,7 %
	chlapci	62,5 %
	dievčatá	47,3 %
neriešenosť		20,9 %
citlivosť		80,0 %
P. Bis.		50,1

Graf distribúcie úspešnosti žiackych odpovedí:



Najčastejšie odpovede a frekvencia ich výskytu:

odpoveď	frekvencia	predpokladaná príčina uvedenej odpovede
3	48,2 %	správna odpoveď
–	20,9 %	neuvedená odpoveď
2	6,9 %	Žiaci zrejme predpokladali, že hodnota 1 už nepatrí do oboru hodnôt funkcie sínus.
1	6,1 %	Žiaci zrejme predpokladali, že hodnota 1 už nepatrí do oboru hodnôt funkcie sínus a prehliadli koeficient 2 v úvode rovnice.

Komentár:

Úloha vyžadovala znalosť vlastností a grafu funkcie sínus. Úloha bola oveľa obťažnejšia pre žiakov SOŠ ako pre žiakov GYM. Rozdiel v úspešnosti sme zaznamenali aj medzi chlapcami a dievčatami. Pätina žiakov úlohu vôbec neriešila alebo neuviedla odpoveď. Úloha mala výbornú hodnotu citlivosti, medzipoložkovej korelácie *P. Bis.* a takmer ukážkový graf distribúcie úspešnosti žiackych odpovedí.

Príklad **č. 8**	Téma: 2.4 Logaritmické a exponenciálne funkcie, geomet. postupnosť

Testované myšlienkové operácie: reprodukcia a jednoduché myšlienkové operácie

Predpokladaná obťažnosť: ľahká úloha

Zadanie:

Daná je funkcia $f(x) = 2^{x+1}$. Určte, pre ktoré x sa funkčná hodnota funkcie *f* rovná 64.

Riešenie:

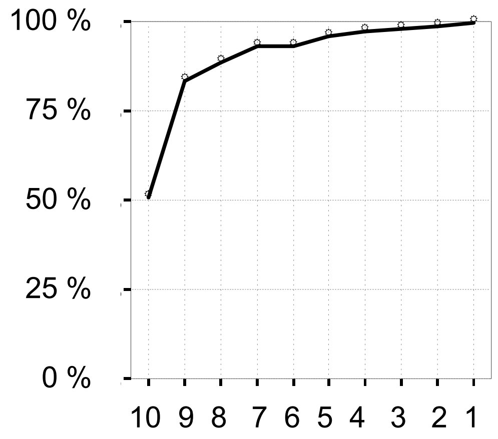
(1) Podľa zadania $f(x) = 64$.

(2) Hľadané x získame vypočítaním exponenciálnej rovnice $2^{x+1} = 64$, odkiaľ $x = 5$.

Štatistické vyhodnotenie:

úspešnosť	celková	90,0 %
	žiaci GYM	94,7 %
	žiaci SOŠ	79,5 %
	chlapci	96,6 %
	dievčatá	88,6 %
neriešenosť		4,2 %
citlivosť		32,1 %
P. Bis.		35,4

Graf distribúcie úspešnosti žiackych odpovedí:



Najčastejšie odpovede a frekvencia ich výskytu:

odpoveď	frekvencia	predpokladaná príčina uvedenej odpovede
5	90,0 %	správna odpoveď
–	4,2 %	neuvedená odpoveď
4	1,2 %	Žiaci mohli číslo 64 určiť ako nesprávnu mocninu čísla 2 alebo nesprávne upraviť rovnicu s rozpísaným výrazom $2^x.2 = 2^6$.
7	1,2 %	Žiaci mohli číslo 64 určiť ako nesprávnu mocninu čísla 2 alebo nesprávne upraviť rovnicu s rozpísaným výrazom $2^x.2 = 2^6$.

Komentár:

Úloha vyžadovala zručnosť pri práci s mocninami a schopnosť riešiť jednoduché exponenciálne rovnice. Úloha dosiahla nízku hodnotu citlivosti, pre všetky skupiny žiakov bola veľmi ľahká až extrémne ľahká, rozlíšila iba najmenej úspešnú výkonnostnú skupinu žiakov.

Príklad **č. 9**	Téma: 2.2 Lineárna a kvadratická funkcia, aritmetická postupnosť

Testované myšlienkové operácie: zložitejšie myšlienkové operácie

Predpokladaná obťažnosť: ľahká úloha

Zadanie:

Medzi čísla 2 a 17 sme vložili dve čísla *x* a *y* tak, že spolu s danými číslami tvoria štyri za sebou nasledujúce členy aritmetickej postupnosti. Určte neznáme čísla *x* a *y*. Do odpoveďového hárka zapíšte väčšie z nich.

Riešenie:

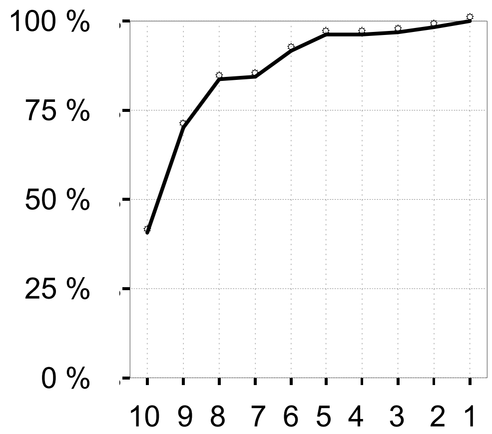
(1) Ak diferenciu aritmetickej postupnosti označíme d, štyri za sebou nasledujúce členy aritmetickej postupnosti môžeme zapísať v tvare $2,\ x = 2 + d,\ y = 2 + 2d,\ 17 = 2 + 3d$.

(2) Z poslednej rovnosti v (1) vypočítame $d = 5$. Potom $x = 2 + d = 7,\ y = 2 + 2d = 12$. Väčšie z neznámych čísel je 12.

Štatistické vyhodnotenie:

úspešnosť	celková	86,0 %
	žiaci GYM	90,3 %
	žiaci SOŠ	76,2 %
	chlapci	91,0 %
	dievčatá	85,2 %
neriešenosť		5,9 %
citlivosť		43,6 %
P. Bis.		40,7

Graf distribúcie úspešnosti žiackych odpovedí:



Najčastejšie odpovede a frekvencia ich výskytu:

odpoveď	frekvencia	predpokladaná príčina uvedenej odpovede
12	86,0 %	správna odpoveď
–	5,9 %	neuvedená odpoveď
13	1,1 %	Žiaci zrejme bez výpočtu tipovali hodnoty neznámych čísel alebo pri výpočte urobili numerickú chybu.
11	0,8 %	Žiaci zrejme bez výpočtu tipovali hodnoty neznámych čísel alebo pri výpočte urobili numerickú chybu.

Komentár:

Úloha vyžadovala znalosť aritmetickej postupnosti a vzťahov medzi jej členmi. Malé číselné hodnoty zadaných členov umožňovali aj pokusné určenie hodnôt neznámych členov. Úloha bola pre všetky skupiny žiakov (s výnimkou žiakov SOŠ) veľmi ľahká. Rozlíšila iba posledné dve výkonnostné skupiny žiakov, nerozlíšila polovicu žiakov v teste celkove úspešnejších.

Príklad **č. 10**	Téma: 3.1 Základné rovinné útvary

Testované myšlienkové operácie: zložitejšie myšlienkové operácie

Predpokladaná obťažnosť: stredne ťažká úloha

Zadanie:

V obdĺžniku *ABCD* je vzdialenosť jeho stredu od priamky *AB* o 3 cm väčšia ako od priamky *BC*. Obvod obdĺžnika je 52 cm. Vypočítajte obsah obdĺžnika. Výsledok uveďte v cm^2.

Riešenie:

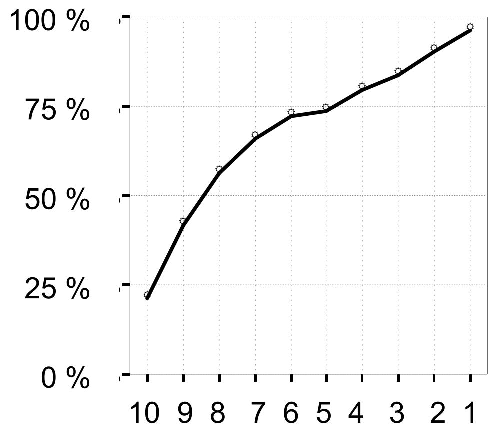
(1) Označme x vzdialenosť stredu obdĺžnika od strany *BC*, čo je zároveň polovica dĺžky strany *AB*, potom vzdialenosť stredu obdĺžnika od strany *AB* a zároveň polovica dĺžky strany *BC* je $x+3$. Dĺžky strán obdĺžnika potom sú $2x$ a $2(x+3)$.

(2) Pre obvod obdĺžnika platí vzťah $2.2x+2.2(x+3)=52$, odkiaľ $x=5$. Rozmery obdĺžnika sú $2.5=10$ cm a $2.(5+3)=16$ cm, obsah obdĺžnika je $10\,\text{cm}\,.16\,\text{cm}=160\,\text{cm}^2$.

Štatistické vyhodnotenie:

úspešnosť	celková	68,2 %
	žiaci GYM	72,8 %
	žiaci SOŠ	57,9 %
	chlapci	73,8 %
	dievčatá	68,9 %
neriešenosť		8,6 %
citlivosť		61,8 %
P. Bis.		39,7

Graf distribúcie úspešnosti žiackych odpovedí:



Najčastejšie odpovede a frekvencia ich výskytu:

odpoveď	frekvencia	predpokladaná príčina uvedenej odpovede
160	68,2 %	správna odpoveď
–	8,6 %	neuvedená odpoveď
166,75	4,5 %	V (2) žiaci zapísali vzťah pre obvod $2(x+3)+2x=52$, zabudli teda započítať do obvodu aj zvyšné dve strany alebo v (1) chybne určili rozmery obdĺžnika ako $x+3$ a x alebo $2x+3$ a $2x$.
126,75	3,0 %	Žiaci „o 3 cm väčšia“ v zadaní pochopili ako „trikrát väčšia“, preto v (1) zapísali vzdialenosti stredu od strán ako x a $3x$.

Komentár:

Úloha vyžadovala správne pochopenie zadania a jeho zapísanie pomocou výrazov a rovníc. Nižšiu úspešnosť v porovnaní s ostatnými skupinami žiakov zaznamenali žiaci SOŠ. Úloha dosiahla dobrú hodnotu citlivosti a dobre rozlíšila najmä menej úspešnejšiu polovicu žiakov.

Príklad **č. 11**	Téma: 1.3 Teória čísel

Testované myšlienkové operácie: tvorivý prístup

Predpokladaná obťažnosť: náročná úloha

Zadanie:

Existujú tri prirodzené čísla n ($n \neq 1$), pre ktoré platí: Ak číslom n vydelíme čísla 37 a 47, dostaneme rovnaký zvyšok. Pri každom z hľadaných čísel n môže byť zvyšok iný. Určte súčet týchto troch čísel.

Riešenie:

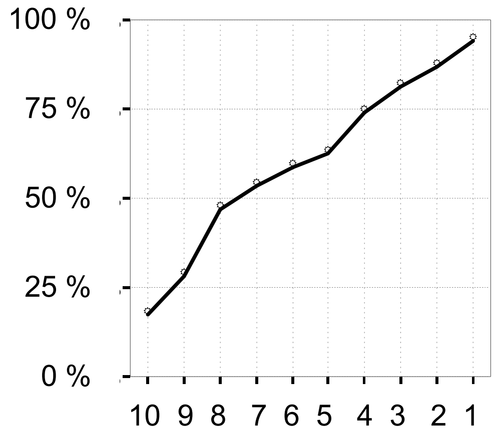
(1) Postupným systematickým delením čísel 37 a 47 prirodzenými číslami z množiny $n \in \{2, 3, 4, \ldots\}$ spamäti, písomne alebo kalkulačkou nájdeme čísla $2, 5$ a 10. Ich súčet je 17.

(2) Iný spôsob: Zadanie úlohy prepíšeme do rovníc $37 = k.n + z$ a $47 = l.n + z$, kde $k, l, z \in N$. Vyjadríme z oboch rovníc spoločnú premennú z a porovnáme. Získame $n.(l-k) = 10$, pričom $n.(l-k) = 1.10$ alebo $n.(l-k) = 2.5$, odkiaľ získavame riešenia $n = \{2, 5, 10\}$ okrem $n = 1$, ktoré je vylúčené v zadaní. Súčet nájdených čísel n je 17.

Štatistické vyhodnotenie:

úspešnosť	celková	60,5 %
	žiaci GYM	65,1 %
	žiaci SOŠ	50,1 %
	chlapci	70,4 %
	dievčatá	60,1 %
neriešenosť		22,7 %
citlivosť		67,6 %
P. Bis.		41,6

Graf distribúcie úspešnosti žiackych odpovedí:



Najčastejšie odpovede a frekvencia ich výskytu:

odpoveď	frekvencia	predpokladaná príčina uvedenej odpovede
17	60,5 %	správna odpoveď
–	22,7 %	neuvedená odpoveď
10	1,0 %	Žiaci našli iba jedno číslo $n = 10$, ktoré sa dalo najrýchlejšie určiť podľa tvaru čísel 37 a 47 zakončených rovnakou cifrou 7, ktoré pri delení číslom 10 majú rovnaký zvyšok 7.

Komentár:

Úloha vyžadovala znalosť pojmov a zručností z deliteľnosti prirodzených čísel. Úspešnejší pri jej riešení boli žiaci GYM a chlapci. Podľa predpokladanej obťažnosti a testovanej myšlienkovej operácie mala byť úloha jednou z najťažších v teste. Napriek tomu dosiahla veľmi dobrú úspešnosť, citlivosť a koeficient korelácie *P. Bis*. Veľmi dobre rozlíšila žiakov.

Príklad **č. 12**	Téma: 4.5 Telesá

Testované myšlienkové operácie: zložitejšie myšlienkové operácie

Predpokladaná obťažnosť: náročná úloha

Zadanie:

Pravidelný štvorboký ihlan má dĺžku bočnej hrany $c = 5\ \mathrm{cm}$, jej uhol s rovinou podstavy je $30°$. Vypočítajte objem ihlana v cm^3.

Riešenie:

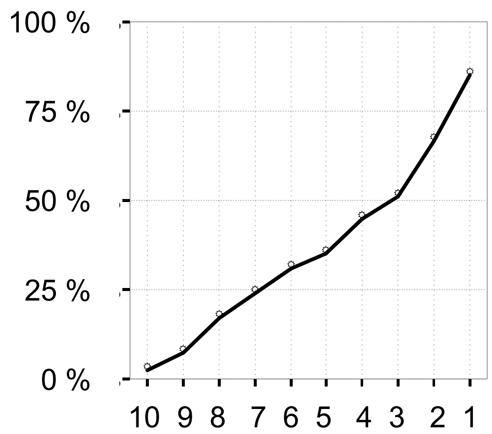
(1) Z pravouhlého trojuholníka *CSV* (*S* je stred podstavy) vypočítame dĺžku telesovej výšky v a uhlopriečky podstavy u: $sin30° = \frac{v}{5}$, $v = 2{,}5\ \mathrm{cm}$, $cos30° = \frac{\frac{u}{2}}{5}$, $u = 5\sqrt{3}\ \mathrm{cm}$. Z pravouhlého trojuholníka *ABC* v podstave vypočítame dĺžku podstavnej hrany a: $a^2 + a^2 = u^2$, $a^2 = 37{,}5\ \mathrm{cm}^2$.

(2) Objem ihlana je $\frac{S_{podstavy} . v}{3} = \frac{a^2 . v}{3} = 31{,}25\ \mathrm{cm}^3$.

Štatistické vyhodnotenie:

úspešnosť	celková	36,6 %
	žiaci GYM	44,4 %
	žiaci SOŠ	19,1 %
	chlapci	40,3 %
	dievčatá	37,1 %
neriešenosť		15,4 %
citlivosť		71,0 %
P. Bis.		44,1

Graf distribúcie úspešnosti žiackych odpovedí:



Najčastejšie odpovede a frekvencia ich výskytu:

odpoveď	frekvencia	predpokladaná príčina uvedenej odpovede
31,25	36,6 %	správna odpoveď
–	15,4 %	neuvedená odpoveď
62,50	5,2 %	Dvojnásobná hodnota správnej odpovede, žiaci v (1) pri výpočte niektorej dĺžky urobili numerickú chybu, najpravdepodobnejšie pri výpočte dĺžky a pri odmocňovaní čísla 2 v menovateli zlomku.

Komentár: Úloha vyžadovala znalosti z planimetrie i stereometrie, schopnosť nájsť trojuholníky, v ktorých bolo možné vypočítať dĺžky potrebné na určenie objemu ihlana. Prejavil sa veľký rozdiel v úspešnosti žiakov GYM a SOŠ. Pre žiakov SOŠ bol príklad veľmi obťažný. Úloha dosiahla výbornú hodnotu citlivosti a korelačného koeficientu *P. Bis.* Výborne rozlíšila žiakov, najmä dve najúspešnejšie výkonnostné skupiny, ktoré jediné dosiahli priemernú úspešnosť vyššiu ako 50 %, ako to vidieť z grafu distribúcie úspešnosti.

Príklad **č. 13**	Téma: 3.2 Analytická geometria v rovine

Testované myšlienkové operácie: zložitejšie myšlienkové operácie

Predpokladaná obťažnosť: náročná úloha

Zadanie:

Dva páry rovnobežných priamok sú určené rovnicami $y = 2x + 1$, $y = 2x - 5$ a $y = 1$, $y = 3$. Vypočítajte obsah rovnobežníka, ktorý ohraničujú tieto štyri priamky.

Riešenie:

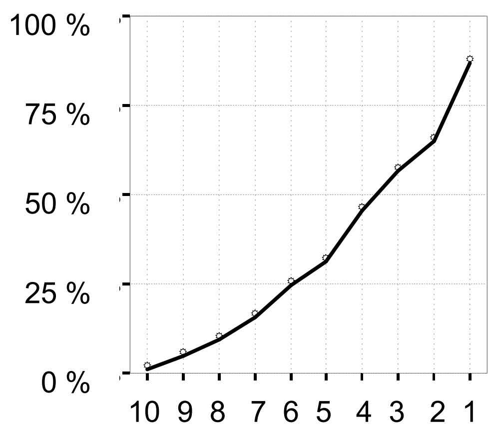
(1) Nakreslíme obrázok, z ktorého určíme dĺžku strany rovnobežníka pomocou súradníc krajných bodov strany rovnobežníka: ľavý krajný bod leží na osi y a má súradnice $[0; 1]$, pravý krajný bod je priesečník priamok $y = 1$ a $y = 2x - 5$, čo je bod $[3; 1]$. Vzdialenosť týchto bodov je 3, teda dĺžka strany rovnobežníka je 3. Príslušnú výšku tiež určíme z obrázka ako vzdialenosť priamok $y = 1$ a $y = 3$ rovnobežných s osou x, ktorá je 2.

(2) Obsah rovnobežníka je $S =$ strana . výška $= 3 . 2 = 6$.

Štatistické vyhodnotenie:

úspešnosť	celková	34,2 %
	žiaci GYM	41,6 %
	žiaci SOŠ	17,7 %
	chlapci	45,6 %
	dievčatá	33,8 %
neriešenosť		30,9 %
citlivosť		73,0 %
P. Bis.		49,1

Graf distribúcie úspešnosti žiackych odpovedí:



Najčastejšie odpovede a frekvencia ich výskytu:

odpoveď	frekvencia	predpokladaná príčina uvedenej odpovede
6	34,2 %	správna odpoveď
–	30,9 %	neuvedená odpoveď
12	7,9 %	Žiaci zrejme numerickou chybou vypočítali dvojnásobný obsah.
8	3,4 %	Žiaci v (1) zrejme zisťovali priesečník iba z obrázka, mohli ho určiť ako $[4; 1]$, potom dĺžka strany rovnobežníka bola 4.

Komentár: Úloha vyžadovala schopnosť načrtnúť grafy priamok a vypočítať alebo z obrázka presne zistiť súradnice priesečníka priamok. Preukázal sa veľký rozdiel v úspešnosti žiakov GYM a SOŠ a medzi chlapcami a dievčatami. Pre žiakov SOŠ bola úloha veľmi obťažná. Takmer tretina žiakov neuviedla odpoveď na túto úlohu. Napriek tomu úloha dosiahla výborné hodnoty citlivosti, korelačného koeficientu *P. Bis.* a takmer ideálny priebeh grafu distribúcie úspešnosti žiackych odpovedí.

Príklad **č. 14**	Téma: 5.2 Štatistika

Testované myšlienkové operácie: zložitejšie myšlienkové operácie

Predpokladaná obťažnosť: stredne ťažká úloha

Zadanie:

Koncoročné hodnotenie žiakov z matematiky je nasledovné: 1 – 32 %, 2 – 28 %, 3 – 27 %, 4 – 8 %, 5 – 5 %. Určte s presnosťou na dve desatinné miesta aritmetický priemer známok koncoročného hodnotenia z matematiky.

Riešenie:

(1) Uvedomíme si percentuálny podiel zastúpenia jednotlivých známok a vypočítame priemer na 100 %:

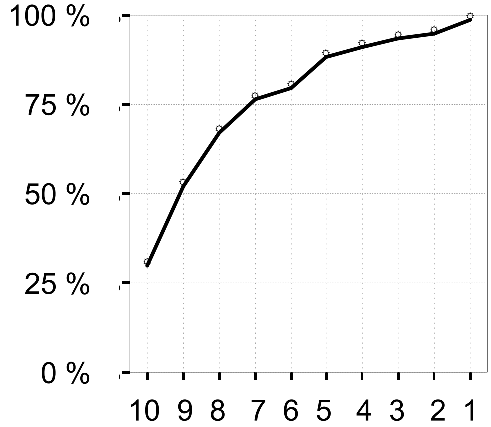
$$\frac{1.32+2.28+3.27+4.8+5.5}{100} = 2{,}26.$$

(2) Aritmetický priemer známok je $2{,}26$.

Štatistické vyhodnotenie:

úspešnosť	celková	77,3 %
	žiaci GYM	80,9 %
	žiaci SOŠ	69,2 %
	chlapci	82,8 %
	dievčatá	79,4 %
neriešenosť		9,3 %
citlivosť		55,7 %
P. Bis.		42,1

Graf distribúcie úspešnosti žiackych odpovedí:



Najčastejšie odpovede a frekvencia ich výskytu:

odpoveď	frekvencia	predpokladaná príčina uvedenej odpovede
2,26	77,3 %	správna odpoveď
–	9,3 %	neuvedená odpoveď
45,20	0,6 %	Žiaci v (1) neprepočítali hodnoty na 100 %, ale predelili počtom známok 5.

Komentár:

Úloha vyžadovala schopnosť vypočítať aritmetický priemer súboru s nerovnomerným zastúpením jednotlivých hodnôt znaku. Dosiahnutá úspešnosť žiakov bola vyššia ako naznačovala predpokladaná obťažnosť. Pre žiakov GYM a chlapcov bola úloha veľmi ľahká. Veľa žiakov si neuvedomilo interval reálne možných odpovedí $\langle 1; 5\rangle$, 2 % žiakov uviedli ako odpoveď priemernú známku menšiu ako 1, naopak 13 % žiakov uviedlo priemernú známku väčšiu ako 5.

Príklad **č. 15**	Téma: 4.5 Telesá

Testované myšlienkové operácie: zložitejšie myšlienkové operácie

Predpokladaná obťažnosť: náročná úloha

Zadanie:

Bazén tvaru kvádra s hĺbkou 145 cm a rozmermi dna 6 m a 4 m bolo nutné pri jarnej údržbe vymaľovať. Na maľovanie sa použili 750 ml balenia špeciálnej farby na bazény, ktorej 1 liter stačí na vymaľovanie 12 m^2 plochy bazéna. Najmenej koľko celých balení farby bolo treba použiť na vymaľovanie celého bazéna trikrát?

Riešenie:

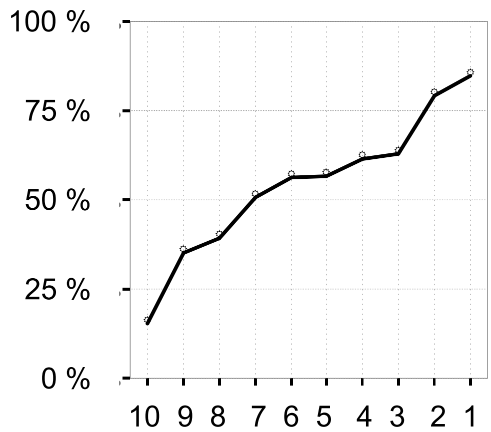
(1) Vypočítame povrch maľovanej plochy, maľujeme dve a dve rovnaké bočné steny a dno: $S = 2\,.\,6\,.\,1{,}45 + 2\,.\,4\,.\,1{,}45 + 6\,.\,4 = 53\ \mathrm{m}^2$, z čoho trojnásobná plocha je $159\ \mathrm{m}^2$.

(2) Podľa zadania vystačí jedno balenie na namaľovanie $\frac{750}{1000}\,.\,12 = 9\ \mathrm{m}^2$, počet balení sa vypočíta ako celková plocha : plocha z jedného balenia $= 159 : 9 = 17{,}67$. Použilo sa teda 17 celých balení a dve tretiny z osemnásteho balenia.

Štatistické vyhodnotenie:

úspešnosť	celková	54,0 %
	žiaci GYM	56,3 %
	žiaci SOŠ	49,8 %
	chlapci	61,1 %
	dievčatá	56,7 %
neriešenosť		3,4 %
citlivosť		56,8 %
P. Bis.		31,8

Graf distribúcie úspešnosti žiackych odpovedí:



Najčastejšie odpovede a frekvencia ich výskytu:

odpoveď	frekvencia	predpokladaná príčina uvedenej odpovede
18	48,1 %	správna odpoveď
6	8,8 %	Žiaci nezohľadnili údaj zo zadania, že plocha sa natiera trikrát.
17	5,9 %	správna odpoveď
14	4,7 %	Žiaci počítali, že jedno balenie stačí na natretie 12 m^2 plochy.
–	3,4 %	neuvedená odpoveď

Komentár: Úloha vyžadovala schopnosť matematizácie údajov zo zadania a zručnosť vo výpočte pomeru. Ako správne odpovede sa uznali aj odpoveď 18 balení (bolo treba otvoriť 18 balení farby) aj 17 balení (použilo sa iba 17 celých balení, 18 balenie sa nepoužilo celé) pre možné nejednoznačné pochopenia otázky úlohy obsahujúcej slovo „celých“.

Príklad **č. 16**	Téma: 4.5 Telesá

Testované myšlienkové operácie: tvorivý prístup

Predpokladaná obťažnosť: náročná úloha

Zadanie:

Kužeľ s polomerom podstavy 12 cm a výškou 15 cm rozdelíme rovinami rovnobežnými s podstavou na tri telesá. Roviny rozdelia výšku kužeľa na tri rovnaké časti. Určte pomer objemov najväčšieho a najmenšieho vzniknutého telesa.

Riešenie:

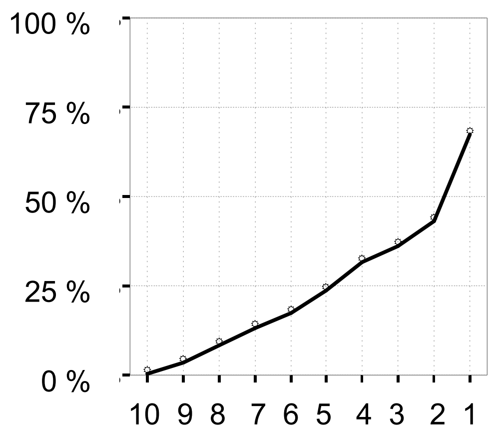
(1) Vznikne skupina kužeľov a zrezaných kužeľov, ktorých polomer podstavy a telesová výška budú tretina, dve tretiny alebo tri tretiny rozmerov pôvodného kužeľa. Najväčšie teleso je dolný zrezaný kužeľ, najmenšie je horný kužeľ. Vypočítame potrebné objemy pomocou všetkých troch vzniknutých kužeľov: $V(malý) = \frac{1}{3}.\pi.4^2.5 = \frac{80}{3}\pi$, $V(stredný) = \frac{1}{3}.\pi.8^2.10 = \frac{640}{3}\pi$, $V(veľký) = \frac{1}{3}.\pi.12^2.15 = \frac{2160}{3}\pi$, $V(dolného\ zrezaného) = \frac{2160}{3}\pi - \frac{640}{3}\pi = \frac{1523}{3}\pi$.

(2) Vyčíslime výsledný pomer objemov $\frac{1520}{3}\pi : \frac{80}{3}\pi = \frac{1520}{80} = 19$.

Štatistické vyhodnotenie:

úspešnosť	celková	24,6 %
	žiaci GYM	29,1 %
	žiaci SOŠ	14,7 %
	chlapci	31,3 %
	dievčatá	24,6 %
neriešenosť		18,5 %
citlivosť		53,2 %
P. Bis.		37,7

Graf distribúcie úspešnosti žiackych odpovedí:



Najčastejšie odpovede a frekvencia ich výskytu:

odpoveď	frekvencia	predpokladaná príčina uvedenej odpovede
19	24,6 %	správna odpoveď
–	18,5 %	neuvedená odpoveď
27	13,4 %	Žiaci za najväčšie vzniknuté teleso považovali pôvodný kužeľ.
9	6,2 %	Žiaci vykonali iba logickú úvahu: pri odpovedi 9 uvažovali, že pôvodný kužeľ má trikrát väčší polomer a trikrát väčšiu výšku ako horný kužeľ, pri odpovedi 3 zrejme urobili takú istú úvahu, ale namiesto pôvodného kužeľa použili dolný zrezaný kužeľ.
3	4,3 %	

Komentár: Úloha potvrdila predpoklad náročnej úlohy vyžadujúcej tvorivý prístup. Pre žiakov SOŠ bola veľmi obťažná. Takmer pätina žiakov neuviedla žiadnu odpoveď.

Príklad **č. 17**	Téma: 2.3 Mnohočleny a mocninové funkcie, lineárna lomená funkcia

Testované myšlienkové operácie: zložitejšie myšlienkové operácie

Predpokladaná obťažnosť: náročná úloha

Zadanie:

Inverznú funkciu k funkcii $f\colon y = 2 - \frac{1}{x+3}$ môžeme napísať v tvare $f^{-1}\colon y = a + \frac{b}{x-2}$, kde *a*, *b* ∈ *R*. Určte súčet *a* + *b*.

Riešenie:

(1) Upravíme predpis funkcie f na predpis k nej inverznej funkcie f^{-1} tak, že zameníme premenné x, y a osamostatníme novú premennú y:

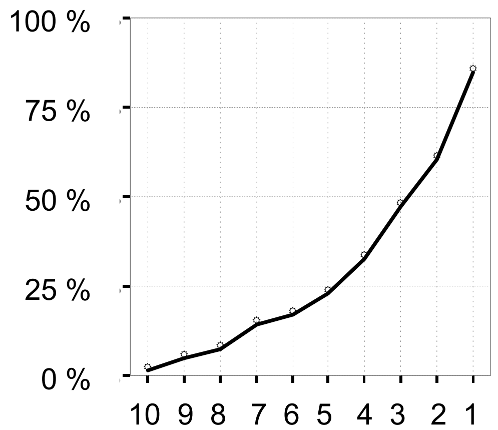
$$f^{-1}\colon x = 2 - \frac{1}{y+3} \Leftrightarrow y = \frac{-3x+5}{x-2} \Leftrightarrow y = -3 - \frac{1}{x-2} = -3 + \frac{-1}{x-2}.$$

(2) Porovnaním s predpisom v zadaní získame $a = -3$, $b = -1$. Hľadaný súčet $a + b = -4$.

Štatistické vyhodnotenie:

úspešnosť	celková	29,4 %
	žiaci GYM	39,2 %
	žiaci SOŠ	7,6 %
	chlapci	29,9 %
	dievčatá	26,3 %
neriešenosť		29,5 %
citlivosť		69,5 %
P. Bis.		47,5

Graf distribúcie úspešnosti žiackych odpovedí:



Najčastejšie odpovede a frekvencia ich výskytu:

odpoveď	frekvencia	predpokladaná príčina uvedenej odpovede
–	29,5 %	neuvedená odpoveď
– 4	29,4 %	správna odpoveď
4	6,0 %	K uvedeným chybným odpovediam mohli viesť numerické chyby pri úprave predpisu v (1), prípadne rôzne možnosti súčtu chybných hodnôt koeficientov $a = \pm 3$, $b = \pm 1$.
2	5,9 %	
– 2	5,9 %	

Komentár: Úloha vyžadovala znalosť pojmu inverznej funkcie a postupu určenia jej predpisu. Nevyhnutnou podmienkou úspešného vyriešenia úlohy bola aj zručnosť pri úprave výrazov. Zaznamenali sme veľký rozdiel v úspešnosti žiakov GYM a SOŠ. Pre žiakov SOŠ bola úloha extrémne obťažná. Takmer tretina žiakov na úlohu neodpovedalo – žiaci zrejme nevedeli, ako sa k výsledku dopočítať alebo nedokončili úpravu výrazu s predpisom inverznej funkcie. Úloha dobre rozlíšila žiakov, najmä polovicu v teste celkove úspešnejšiu.

Príklad **č. 18**	Téma: 3.2 Analytická geometria v rovine

Testované myšlienkové operácie: zložitejšie myšlienkové operácie

Predpokladaná obťažnosť: náročná úloha

Zadanie:

Určte kladnú hodnotu koeficientu q, pre ktorú má priamka daná rovnicou $y = 2x + q$ a kružnica určená rovnicou $x^2 + y^2 = 5$ práve jeden spoločný bod.

Riešenie:

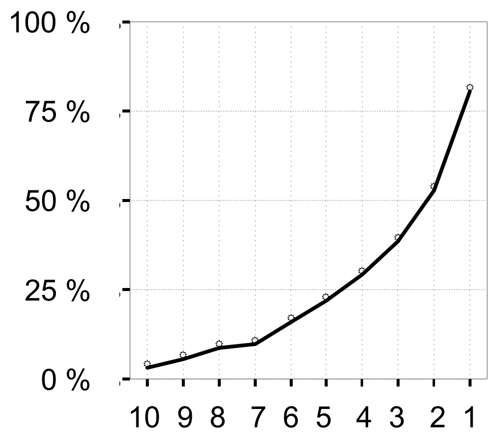
(1) Potrebujeme nájsť spoločný bod oboch útvarov, preto zostavíme sústavu daných rovníc s parametrom q: $x^2 + (2x + q)^2 = 5$, odkiaľ $5x^2 + 4qx + q^2 - 5 = 0$.

(2) Kvadratická rovnica má práve jedno riešenie x, ak jej diskriminant je nula: $D = 0 \Leftrightarrow 16q^2 - 4.5.(q^2 - 5) = 0$, odkiaľ $q = \pm 5$. Zadaniu vyhovuje kladná hodnota $q = 5$.

Štatistické vyhodnotenie:

úspešnosť	celková	26,7 %
	žiaci GYM	32,2 %
	žiaci SOŠ	14,5 %
	chlapci	33,8 %
	dievčatá	24,3 %
neriešenosť		39,0 %
citlivosť		62,2 %
P. Bis.		42,2

Graf distribúcie úspešnosti žiackych odpovedí:



Najčastejšie odpovede a frekvencia ich výskytu:

odpoveď	frekvencia	predpokladaná príčina uvedenej odpovede
–	39,0 %	neuvedená odpoveď
5	26,7 %	správna odpoveď
3	5,0 %	Žiaci zrejme hodnotu koeficientu q nepočítali, ale snažili sa ju určiť z obrázka, čo viedlo k uvedeným nepresným výsledkom.
2	4,5 %	

Komentár:

Riešenie úlohy vyžadovalo znalosť výpočtových postupov analytickej geometrie. Ďalším spôsobom výpočtu hodnoty koeficientu q bol výpočet vzdialenosti bodu (stredu kružnice $[0; 0]$) od zadanej priamky ($2x - y + q = 0$), ktorý je rovný polomeru kružnice ($\sqrt{5}$). Zaznamenali sme veľký rozdiel v priemernej úspešnosti medzi žiakmi GYM a SOŠ. Pre žiakov SOŠ bola úloha veľmi obťažná. Takmer dve pätiny žiakov na úlohu neodpovedali, čo bol najväčší podiel neriešenosti zo všetkých úloh testu. Úloha dosiahla výborné hodnoty citlivosti, korelačného koeficientu *P. Bis.* Dobre rozlíšila najmä prvé tri výkonnostné skupiny.

Príklad **č. 19**	Téma: 3.1 Základné rovinné útvary
Testované myšlienkové operácie: zložitejšie myšlienkové operácie	
Predpokladaná obťažnosť: náročná úloha	

Zadanie:

Určte prirodzené číslo n tak, aby $\sqrt{2n.(2n+1)}$ bola dĺžka prepony pravouhlého trojuholníka, ktorého odvesny majú dĺžky $\sqrt{2n+27}$ a *n*.

Riešenie:

(1) V pravouhlom trojuholníku platí Pytagorova veta, podľa ktorej zostavíme rovnicu s neznámou n:

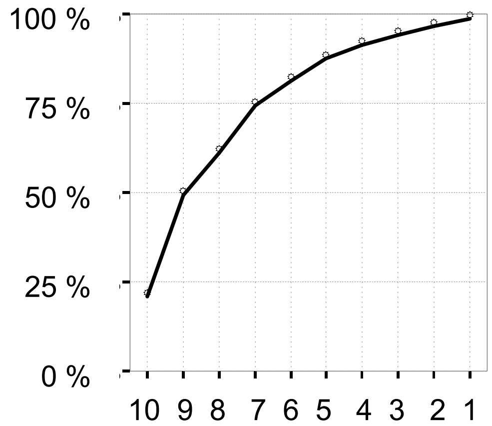
$\sqrt{2n+27}^2 + n^2 = \sqrt{2n.(2n+1)}^2$, odkiaľ $n = \pm 3$.

(2) Z možných riešení rovnice v (1) je prirodzeným číslom $n = 3$.

Štatistické vyhodnotenie:

úspešnosť	celková	75,7 %
	žiaci GYM	84,4 %
	žiaci SOŠ	56,2 %
	chlapci	83,7 %
	dievčatá	72,3 %
neriešenosť		14,0 %
citlivosť		62,5 %
P. Bis.		47,3

Graf distribúcie úspešnosti žiackych odpovedí:



Najčastejšie odpovede a frekvencia ich výskytu:

odpoveď	frekvencia	predpokladaná príčina uvedenej odpovede
3	75,7 %	správna odpoveď
–	14,0 %	neuvedená odpoveď
9	1,2 %	Žiaci zrejme ako riešenie uviedli hodnotu $n^2 = 9$ namiesto hodnoty n.

Komentár:

Úloha vyžadovala znalosť Pytagorovej vety v pravouhlom trojuholníku a zručnosť pri úprave výrazov s premennou a odmocninami. Predpoklad náročnej úlohy vyžadujúcej zložitejšie myšlienkové operácie sa nepotvrdil. Žiaci dosiahli priemerne vysokú úspešnosť, iba žiaci SOŠ výraznejšie zaostali v úspešnosti za žiakmi GYM. Úloha dosiahla dobré hodnoty citlivosti a korelačného koeficientu *P. Bis.* Z grafu distribúcie vidíme, že dobre rozlíšila žiakov, najmä posledné štyri výkonnostné skupiny.

Príklad **č. 20**	Téma: 2.2 Lineárna a kvadratická funkcia, aritmetická postupnosť

Testované myšlienkové operácie: reprodukcia a jednoduché myšlienkové operácie

Predpokladaná obťažnosť: ľahká úloha

Zadanie:

Daná je kvadratická funkcia $f: y = -3x^2 + 4x + c$ s neznámym koeficientom c. Určte najmenšie celé číslo c, pre ktoré graf funkcie f pretína x-ovú os v dvoch rôznych bodoch.

Riešenie:

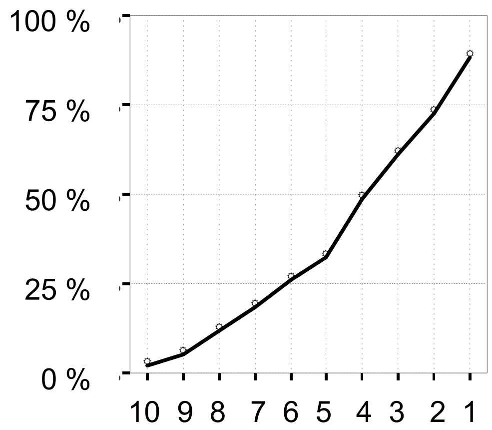
(1) Graf kvadratickej funkcie pretína x-ovú os v dvoch rôznych bodoch, ak diskriminant kvadratického trojčlena v predpise funkcie je väčší ako nula. Túto podmienku zapíšeme nerovnicou a vyriešime: $D = 4^2 - 4.(-3).c > 0$, odkiaľ $c > -\frac{4}{3}$.

(2) Najmenšie celé číslo vyhovujúce podmienke v (1) je $c = -1$.

Štatistické vyhodnotenie:

úspešnosť	celková	36,8 %
	žiaci GYM	45,4 %
	žiaci SOŠ	17,7 %
	chlapci	49,3 %
	dievčatá	35,0 %
neriešenosť		26,2 %
citlivosť		76,8 %
P. Bis.		50,2

Graf distribúcie úspešnosti žiackych odpovedí:



Najčastejšie odpovede a frekvencia ich výskytu:

odpoveď	frekvencia	predpokladaná príčina uvedenej odpovede
– 1	36,8 %	správna odpoveď
–	26,2 %	neuvedená odpoveď
1	11,0 %	Žiaci urobili chybu pri výpočte diskriminantu, zabudli na záporné znamienko kvadratického koeficientu a vypočítali $16 - 12c > 0$, čo v prípade odpovede 1 upravili na $c < \frac{4}{3}$, odkiaľ $c = 1$, v prípade odpovede 2 zle upravili na $c > \frac{4}{3}$, odkiaľ $c = 2$.
2	6,0 %	

Komentár:

Úloha vyžadovala znalosť výpočtu diskriminantu kvadratickej nerovnice. Predpoklad ľahkej úlohy vyžadujúcej jednoduché myšlienkové operácie sa nepotvrdil. Žiaci dosiahli priemerne nízku úspešnosť, žiaci SOŠ výrazne zaostali za žiakmi GYM. Úloha dosiahla výborné hodnoty citlivosti a korelačného koeficientu *P. Bis. Z* grafu distribúcie vidíme, že veľmi dobre rozlíšila žiakov, najmä prvých päť výkonnostných skupín v teste celkove úspešnejších.

Príklad **č. 21**	Téma: 2.3 Mnohočleny a mocninové funkcie, lineárna lomená funkcia

Testované myšlienkové operácie: zložitejšie myšlienkové operácie

Predpokladaná obťažnosť: stredne ťažká úloha

Zadanie:

Postupnosť $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je daná n-tým členom $a_n = \frac{40n+2}{n+3}$. Určte najväčšie n, pre ktoré $a_n < 39$.

Riešenie:

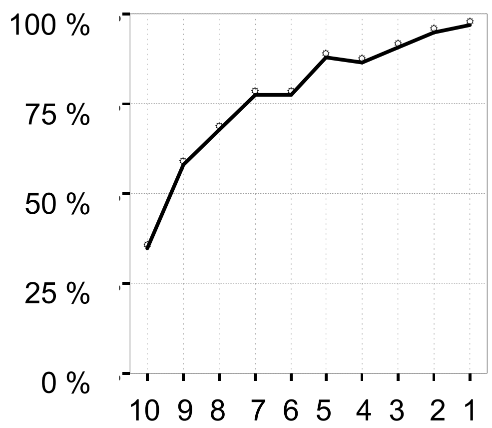
(1) Podľa zadania má platiť $\frac{40n+2}{n+3} < 39$. Riešením tejto nerovnice je $n \in (-3; 115)$. Najväčšie prirodzené číslo vyhovujúce tejto podmienke je $n = 114$. Riešením je odpoveď C.

(2) Iný spôsob: Postupným dosadzovaním od najväčšieho z uvedených čísel nájdeme to, ktoré vyhovuje podmienke v (1).

Štatistické vyhodnotenie:

úspešnosť	celková	77,4 %
	žiaci GYM	82,7 %
	žiaci SOŠ	65,5 %
	chlapci	85,6 %
	dievčatá	78,0 %
neriešenosť		0,6 %
citlivosť		49,3 %
P. Bis.		35,8

Graf distribúcie úspešnosti žiackych odpovedí:



Odpovede a frekvencia ich výskytu:

odpoveď	frekvencia	*P. Bis.*	predpokladaná príčina uvedenej odpovede
(C) 114	77,4 %	36	správna odpoveď
(D) 115	8,7 %	– 16	Pre túto odpoveď je hodnota člena rovná 39, ale nie menšia.
(A) 112	6,7 %	– 21	Tieto odpovede mohli žiaci dopočítať numerickou chybou pri riešení nerovnice alebo chybou pri overovaní týchto odpovedí dosadením do predpisu postupnosti.
(B) 113	3,5 %	– 15	
(E) 116	3,1 %	– 10	
–	0,6 %	– 10	neuvedená odpoveď

Komentár:

Úloha vyžadovala zručnosť pri riešení lineárnych nerovníc v podielovom tvare v množine prirodzených čísel. Žiaci GYM boli pri riešení úlohy mierne úspešnejší ako žiaci SOŠ. Pre väčšinu skupín žiakov bola úloha veľmi ľahká, čo sa odzrkadlilo na nižšej hodnote citlivosti. Úloha najlepšie rozlíšila posledné štyri výkonnostné skupiny žiakov.

Príklad **č. 22**	Téma: 3.1 Základné rovinné útvary

Testované myšlienkové operácie: reprodukcia a jednoduché myšlienkové operácie

Predpokladaná obťažnosť: ľahká úloha

Zadanie:

V trojuholníku *ABC* sú dané strany $a = 2\ \mathrm{cm}$, $b = 3\ \mathrm{cm}$ a uhol $\gamma = 60°$. Vypočítajte dĺžku strany c.

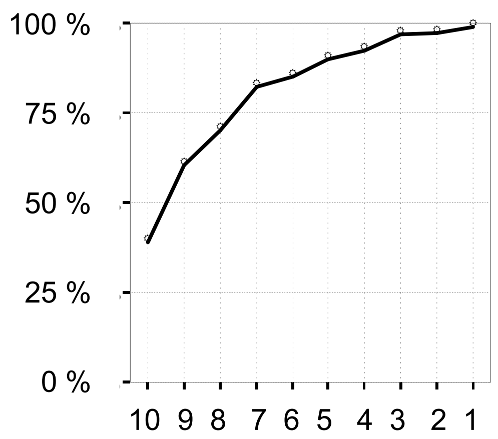
Riešenie:

(1) Podľa zadaných údajov je možné vypočítať dĺžku strany c kosínusovou vetou $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$, z ktorej po dosadení získame $c^2 = 4 + 9 - 12 . 0{,}5 = 7$, odkiaľ $c = \sqrt{7}$. Záporná hodnota $c = -\sqrt{7}$ ako dĺžka strany nevyhovuje. Správna odpoveď je B.

Štatistické vyhodnotenie:

úspešnosť	celková	81,3 %
	žiaci GYM	89,6 %
	žiaci SOŠ	63,0 %
	chlapci	83,9 %
	dievčatá	80,7 %
neriešenosť		0,7 %
citlivosť		48,3 %
P. Bis.		39,0

Graf distribúcie úspešnosti žiackych odpovedí:



Odpovede a frekvencia ich výskytu:

odpoveď	frekvencia	*P. Bis.*	predpokladaná príčina uvedenej odpovede
(B) $\sqrt{7}$	81,3 %	39	správna odpoveď
(A) $\sqrt{11}$	6,7 %	– 21	Tieto dĺžky mohli žiaci vypočítať numerickou chybou v kosínusovej vete alebo náhodným výberom niektorej odpovede tipovaním.
(C) $\sqrt{5}$	5,5 %	– 19	
(D) $\sqrt{3}$	4,4 %	– 17	
(E) $\sqrt{2}$	1,4 %	– 12	
–	0,7 %	– 8	neuvedená odpoveď

Komentár:

Úloha vyžadovala schopnosť vypočítať dĺžku strany všeobecného trojuholníka podľa zadaných dĺžok strán a veľkostí uhlov. Žiaci SOŠ riešili úlohu s oveľa nižšou úspešnosťou ako žiaci GYM, pre ktorých bola úloha takmer extrémne ľahká. Úloha najlepšie rozlíšila posledné štyri výkonnostné skupiny žiakov. Slabšie rozlíšila prvých sedem výkonnostných skupín, ktoré úlohu riešili s priemernou úspešnosťou vyššou ako 80 %.

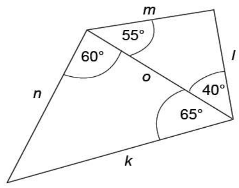
Príklad **č. 23**	Téma: 3.1 Základné rovinné útvary

Testované myšlienkové operácie: zložitejšie myšlienkové operácie

Predpokladaná obťažnosť: stredne ťažká úloha

Zadanie:

Rozhodnite, ktorá z úsečiek k, l, m, n, o je podľa údajov znázornených na obrázku najdlhšia.



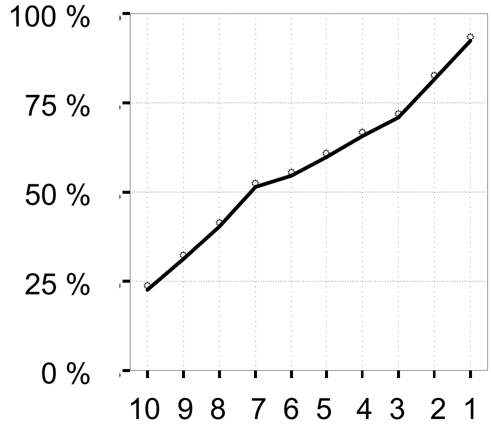
Riešenie:

(1) Oba trojuholníky majú spoločnú stranu *o*. V prvom trojuholníku so stranami *l*, *m*, *o* je najdlhšou strana *o* ležiaca oproti najväčšiemu uhlu $85°$. V druhom trojuholníku so stranami *k*, *n*, *o* je strana *o* najkratšia, lebo leží oproti najmenšiemu uhlu $55°$. Strany druhého trojuholníka sú teda dlhšie ako strany prvého. Najdlhšia strana druhého trojuholníka je strana *n* ležiaca oproti najväčšiemu uhlu $65°$. Správna odpoveď je D.

Štatistické vyhodnotenie:

úspešnosť	celková	57,2 %
	žiaci GYM	64,1 %
	žiaci SOŠ	42,0 %
	chlapci	65,4 %
	dievčatá	58,5 %
neriešenosť		0,3 %
citlivosť		60,0 %
P. Bis.		35,0

Graf distribúcie úspešnosti žiackych odpovedí:



Odpovede a frekvencia ich výskytu:

odpoveď	frekvencia	*P. Bis.*	predpokladaná príčina uvedenej odpovede
(D) strana *n*	57,2 %	35	správna odpoveď
(E) strana *o*	20,6 %	– 6	Leží v trojuholníku oproti najväčšiemu uhlu celého útvaru s veľkosťou $85°$.
(A) strana *k*	19,3 %	– 33	Najdlhšia strana na ilustračnom obrázku.
(C) strana *m*	1,4 %	– 4	Tieto odpovede si žiaci zrejme vybrali náhodne tipovaním.
(B) strana *l*	1,2 %	– 10	
–	0,3 %	– 7	neuvedená odpoveď

Komentár: Riešenie úlohy vyžadovalo znalosti základných polohových a metrických vzťahov v trojuholníku a schopnosť analyzovať údaje v znázornené na obrázku v zadaní. Žiaci SOŠ riešili úlohu s nižšou úspešnosťou ako žiaci GYM. Úloha výborne rozlíšila žiakov.

Príklad **č. 24**	Téma: 1.1 Logika a množiny

Testované myšlienkové operácie: zložitejšie myšlienkové operácie

Predpokladaná obťažnosť: stredne ťažká úloha

Zadanie:

Dané sú dva výroky:
Prvý výrok: „Ak je štvoruholník rovnobežník, tak sa jeho uhlopriečky navzájom rozpoľujú.“
Druhý výrok: „Ak sa uhlopriečky štvoruholníka navzájom rozpoľujú, tak štvoruholník je rovnobežník.“
Koľko z nasledovných tvrdení o daných výrokoch je pravdivých?

- Prvý výrok je pravdivý.
- Druhý výrok je nepravdivý.
- Druhý výrok je ekvivalencia.
- Druhý výrok je negáciou prvého.

Riešenie:

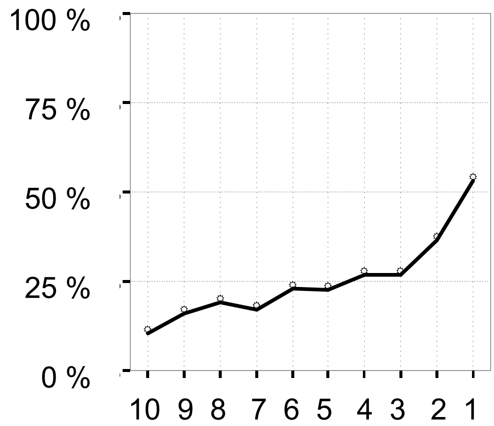
(1) Oba dané výroky sú pravdivé a sú to implikácie. Druhý výrok nie je negáciou prvého.

(2) Podľa (1) je pravdivé iba prvé tvrdenie, správna odpoveď je D.

Štatistické vyhodnotenie:

úspešnosť	celková	25,3 %
	žiaci GYM	30,1 %
	žiaci SOŠ	14,7 %
	chlapci	22,5 %
	dievčatá	24,0 %
neriešenosť		0,6 %
citlivosť		31,6 %
P. Bis.		18,0

Graf distribúcie úspešnosti žiackych odpovedí:



Odpovede a frekvencia ich výskytu:

odpoveď	frekvencia	*P. Bis.*	predpokladaná príčina uvedenej odpovede
(C) 2	57,7 %	– 4	Žiaci považovali za správne dve z tvrdení.
(D) 1	25,3 %	18	správna odpoveď
(B) 3	11,6 %	– 14	Žiaci zrejme v (B) oba dané výroky spojili, čím si vytvorili ekvivalenciu a zároveň si pomýlili obrátenú implikáciu s negáciou. Ostatné možnosti asi tipovali.
(E) 0	3,5 %	– 3	
(A) 4	1,3 %	– 6	
–	0,6 %	– 6	neuvedená odpoveď

Komentár: K tejto úlohe sa podrobnejšie vyjadrujeme v časti 3.3 a úvode časti 3.6.

Príklad **č. 25**	Téma: 1.1 Logika a množiny

Testované myšlienkové operácie: zložitejšie myšlienkové operácie

Predpokladaná obťažnosť: stredne ťažká úloha

Zadanie:

Otváracie hodiny prvého obchodu sú 9 : 00 – 12 : 00 a 13 : 00 – 16 : 00, druhého obchodu 8 : 00 – 14 : 30 a tretieho obchodu 8 : 30 – 12 : 30 a 14 : 00 – 16 : 00. Aký dlhý čas sú otvorené všetky tri obchody súčasne?

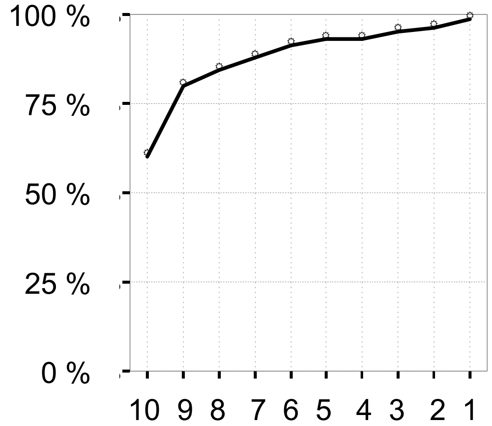
Riešenie:

(1) Podľa zadania (môžeme si pomôcť farebnou časovou osou) sú všetky tri obchody otvorené súčasne v čase 9 : 00 – 12 : 00 a 14 : 00 – 14 : 30, teda tri a pol hodiny, čo je 210 minút. Správna je odpoveď B.

Štatistické vyhodnotenie:

úspešnosť	celková	88,1 %
	žiaci GYM	90,4 %
	žiaci SOŠ	83,1 %
	chlapci	90,4 %
	dievčatá	88,9 %
neriešenosť		0,2 %
citlivosť		27,5 %
P. Bis.		26,0

Graf distribúcie úspešnosti žiackych odpovedí:



Odpovede a frekvencia ich výskytu:

odpoveď	frekvencia	*P. Bis.*	predpokladaná príčina uvedenej odpovede
(B) 210 minút	88,1 %	26	správna odpoveď
(A) 180 minút	6,4 %	– 13	Žiaci nezapočítali čas 14 : 00 – 14 : 30.
(C) 330 minút	3,3 %	– 15	Žiaci započítali aj čas 12 : 00 – 14 : 00.
(E) 480 minút	1,3 %	– 12	Žiaci určili maximálny čas 8 : 00 – 16 : 00. V (D) odčítali aj prestávku 12 : 30 – 13 : 00.
(D) 450 minút	0,6 %	– 11	
–	0,2 %	– 7	neuvedená odpoveď

Komentár:

Úloha vyžadovala zručnosť pri práci s časovými údajmi v šesťdesiatkovej sústave a pozorné získavanie údajov zo zadania. Úloha dosiahla vyššiu úspešnosť ako bola predpokladaná obťažnosť. Bola veľmi ľahká až extrémne ľahká pre všetky skupiny žiakov, z čoho vyplývala nízka hodnota citlivosti a medzipoložkovej korelácie *P. Bis*. Úloha slabo rozlíšila žiakov, okrem poslednej výkonnostnej skupiny ju ostatné riešili s úspešnosťou vyššou ako 80 %.

Príklad **č. 26**	Téma: 2.4 Mnohočleny a mocninové funkcie, lineárna lomená funkcia

Testované myšlienkové operácie: zložitejšie myšlienkové operácie

Predpokladaná obťažnosť: stredne ťažká úloha

Zadanie:

Zistite definičný obor funkcie $f\colon y = log_2 \frac{3x-2}{1-x}$.

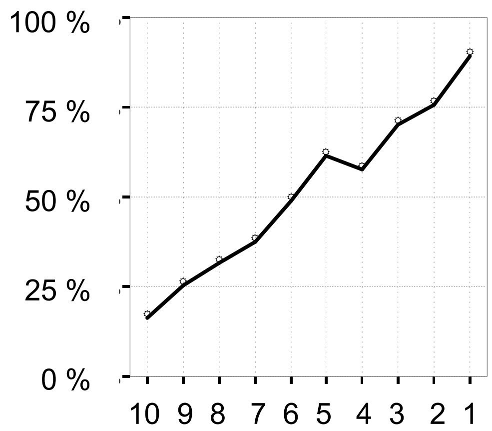
Riešenie:

(1) Logaritmická funkcia je definovaná pre kladné reálne čísla, preto $\frac{3x-2}{1-x} > 0$. Riešením nerovnice je $\left(\frac{2}{3};1\right)$, správna odpoveď je A.

Štatistické vyhodnotenie:

úspešnosť	celková	51,6 %
	žiaci GYM	58,5 %
	žiaci SOŠ	36,1 %
	chlapci	48,7 %
	dievčatá	51,3 %
neriešenosť		0,6 %
citlivosť		61,7 %
P. Bis.		37,3

Graf distribúcie úspešnosti žiackych odpovedí:



Odpovede a frekvencia ich výskytu:

odpoveď	frekvencia	*P. Bis.*	predpokladaná príčina uvedenej odpovede
(A) $\left(\frac{2}{3};1\right)$	51,6 %	37	správna odpoveď
(D) $\left(-\infty;\frac{2}{3}\right) \cup (1;\infty)$	15,6 %	– 20	Žiaci riešili zrejme $\frac{3x-2}{1-x} < 0$.
(C) $\left\langle\frac{2}{3};1\right)$	15,5 %	– 10	Žiaci zrejme stanovili podmienku $\frac{3x-2}{1-x} \geq 0$.
(B) $\left(\frac{2}{3};\infty\right)$	8,5 %	– 11	Žiaci chybne vyriešili $\frac{3x-2}{1-x} > 0$, iba prenásobili nerovnicu menovateľom zlomku.
(E) $(-\infty;1) \cup (1;\infty)$	8,2 %	– 15	Žiaci zvážili iba podmienku z menovateľa.
–	0,6 %	– 8	neuvedená odpoveď

Komentár:

Úloha vyžadovala znalosť definičného oboru logaritmickej funkcie a zručnosť pri riešení nerovníc v podielovom tvare. Úloha bola oveľa obťažnejšia pre žiakov SOŠ ako pre žiakov GYM. Mala výbornú hodnotu citlivosti, rozlíšila žiakov, čo dobre ilustruje graf distribúcie úspešnosti žiackych odpovedí.

Príklad **č. 27**	Téma: 5.1 Kombinatorika a pravdepodobnosť
Testované myšlienkové operácie: zložitejšie myšlienkové operácie	
Predpokladaná obťažnosť: stredne ťažká úloha	

Zadanie:

Po vystriedaní si na striedačke náhodne sadlo vedľa seba päť hokejistov. Aká je pravdepodobnosť, že dvaja najlepší strelci z tejto pätice budú sedieť vedľa seba?

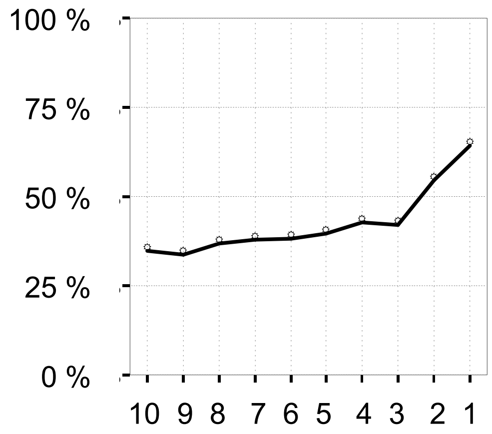
Riešenie:

(1) Dvaja hokejisti si môžu sadnúť na štyri dvojice miest vedľa seba, ak započítame aj ich vzájomnú výmenu, získame $4 . 2 = 8$ možností, zvyšný traja majú $3! = 6$ možností, čo je celkove $8 . 6 = 48$ možností. Všetci piati hokejisti bez zohľadnenia podmienok si môžu sadnúť $5! = 120$ spôsobmi. Pravdepodobnosť je $\frac{48}{120} = 0{,}4$. Správna je odpoveď B.

Štatistické vyhodnotenie:

úspešnosť	celková	42,6 %
	žiaci GYM	41,7 %
	žiaci SOŠ	44,5 %
	chlapci	43,7 %
	dievčatá	42,4 %
neriešenosť		0,6 %
citlivosť		25,1 %
P. Bis.		8,4

Graf distribúcie úspešnosti žiackych odpovedí:



Odpovede a frekvencia ich výskytu:

odpoveď	frekvencia	*P. Bis.*	predpokladaná príčina uvedenej odpovede
(B) 0,4	42,6 %	8	správna odpoveď
(C) 0,2	27,7 %	4	V (C) žiaci zabudli vymeniť hokejistov vedľa seba, v (D) aj zle určili počet možností posadenia zvyšných troch hokejistov ako 3.
(D) 0,1	13,8 %	– 7	
(A) 0,8	7,7 %	– 12	Tieto odpovede žiaci zrejme iba tipovali.
(E) 0,05	7,6 %	1	
–	0,6 %	– 6	neuvedená odpoveď

Komentár:

Úloha vyžadovala základné poznatky z kombinatoriky a pravdepodobnosti. Z hodnôt medzipoložkovej korelácie *P. Bis.* vidíme, že chybné odpovede (C) a (E) si volili aj žiaci v teste celkove úspešní, čoho dôsledkom je takmer vodorovný priebeh grafu distribúcie žiackych odpovedí. Odlíšili sa iba prvé dve výkonnostné skupiny.

Príklad **č. 28**	Téma: 4.5 Telesá

Testované myšlienkové operácie: zložitejšie myšlienkové operácie

Predpokladaná obťažnosť: náročná úloha

Zadanie:

Koľkokrát sa zväčší povrch atmosférického balóna tvaru gule, ak sa jeho objem zväčší 8-násobne?

Riešenie:

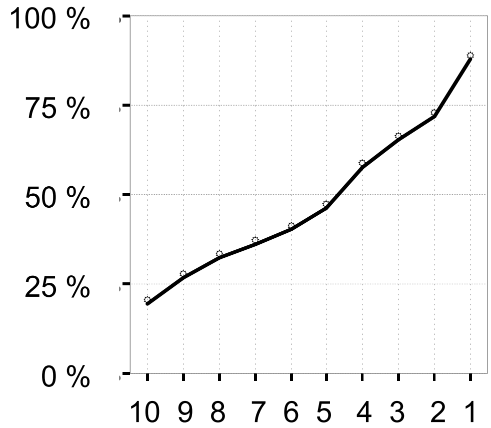
(1) Označme objem pôvodného balóna $V_1 = \frac{4}{3}\pi r_1^3$, objem zväčšeného balóna $V_2 = \frac{4}{3}\pi r_2^3$. Z pomeru objemov $V_2 : V_1 = 8 : 1$ získame $r_2 = 2r_1$.

(2) Ak povrch pôvodného balóna je $P_1 = 4\pi r_1^2$, potom povrch zväčšeného balóna bude $P_2 = 4\pi.(2r_1)^2$, odkiaľ pomer povrchov je $P_2 : P_1 = 4$. Povrch balóna sa zväčší štyrikrát, správna je odpoveď A.

Štatistické vyhodnotenie:

úspešnosť	celková	48,5 %
	žiaci GYM	52,4 %
	žiaci SOŠ	39,9 %
	chlapci	55,5 %
	dievčatá	50,6 %
neriešenosť		0,8 %
citlivosť		56,9 %
P. Bis.		33,0

Graf distribúcie úspešnosti žiackych odpovedí:



Odpovede a frekvencia ich výskytu:

odpoveď	frekvencia	*P. Bis.*	predpokladaná príčina uvedenej odpovede
(A) 4	48,5 %	33	správna odpoveď
(D) 8	18,7 %	– 13	Žiaci riešili úlohu postupom uvedeným v riešení, ale urobili numerické chyby pri úprave pomerov a umocňovaní alebo riešili iným postupom, úvahou, ktorá obsahovala myšlienkovo chybné kroky.
(B) 16	12,1 %	– 11	
(C) 32	11,2 %	– 16	
(E) 2	8,7 %	– 8	
–	0,8 %	– 4	neuvedená odpoveď

Komentár:

Úloha vyžadovala znalosť vzťahov na výpočet objemu a povrchu gule (sú uvedené v prehľade vzťahov v zadnej časti testu) a zručnosť pri úprave výrazov s pomerom. Žiaci GYM dosiahli vyššiu úspešnosť ako žiaci SOŠ. Úloha dobre rozlíšila žiakov.

Príklad **č. 29**	Téma: 1.2 Čísla, premenné a výrazy

Testované myšlienkové operácie: zložitejšie myšlienkové operácie

Predpokladaná obťažnosť: stredne ťažká úloha

Zadanie:

Koľko je medzi prirodzenými číslami od 10 do 100 000 všetkých tých, ktoré sú druhou mocninou prirodzeného čísla?

Riešenie:

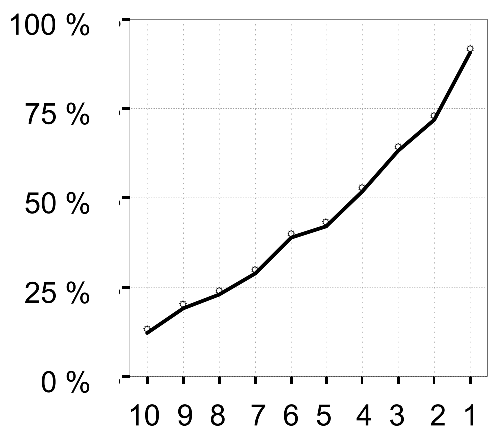
(1) Najmenšou druhou mocninou prirodzeného čísla z daného intervalu je $16 = 4^2$, najväčšou je $99\,856 = 316^2$.

(2) Medzi číslami 4 a 316 je $316 - 4 = 312$ úsekov na číselnej osi, od čísla 4 po číslo 316 vrátane týchto čísel je $312 + 1 = 313$ čísel. Správna je odpoveď D.

Štatistické vyhodnotenie:

úspešnosť	celková	44,3 %
	žiaci GYM	49,9 %
	žiaci SOŠ	31,8 %
	chlapci	50,1 %
	dievčatá	44,9 %
neriešenosť		1,3 %
citlivosť		65,7 %
P. Bis.		40,1

Graf distribúcie úspešnosti žiackych odpovedí:



Odpovede a frekvencia ich výskytu:

odpoveď	frekvencia	*P. Bis.*	predpokladaná príčina uvedenej odpovede
(D) 313	44,3 %	40	správna odpoveď
(A) 316	21,1 %	– 22	Žiaci započítali *N* čísla od 1 po 100 000.
(E) 312	14,1 %	– 7	Žiaci určili iba počet úsekov medzi číslami.
(C) 314	11,6 %	– 12	Žiaci zrejme nesprávne určili niektorú hraničnú hodnotu mocniny.
(B) 315	7,6 %	– 13	
–	1,3 %	– 7	neuvedená odpoveď

Komentár:

Úloha vyžadovala znalosť vzťahov medzi polohou prirodzených čísel a jednotkovými úsekmi medzi nimi na číselnej osi. Mierne úspešnejší pri riešení úlohy boli žiaci GYM ako žiaci SOŠ. Úloha výborne rozlíšila žiakov (vysoká hodnota citlivosti, medzipoložkovej korelácie *P. Bis.* a takmer ideálny priebeh grafu distribúcie žiackych odpovedí). Správnu odpoveď D si väčšinou volili žiaci v teste celkove úspešnejší (vysoká hodnota *P. Bis.* pri tejto možnosti).

Príklad **č. 30**	Téma: 1.4 Rovnice, nerovnice a ich sústavy

Testované myšlienkové operácie: zložitejšie myšlienkové operácie

Predpokladaná obťažnosť: náročná úloha

Zadanie:

Určte súčet všetkých celých čísel, ktoré sú koreňmi nerovnice $\sqrt{6-3x} < 4$.

Riešenie:

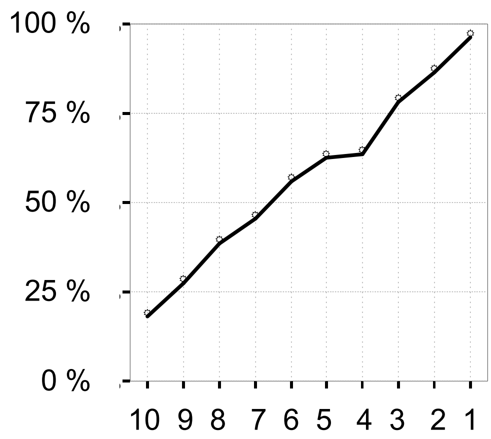
(1) Obe strany nerovnice sú nezáporné, preto po umocnení zostane nerovnosť zachovaná. Po umocnení získavame nerovnicu $6-3x < 16$, odkiaľ $x > -\frac{10}{3}$.

(2) Výraz pod odmocninou musí byť nezáporný, preto $6-3x \geq 0$, odkiaľ $x \leq 2$. Celé čísla, ktoré vyhovujú riešeniu nerovnice v (1) a podmienke v (2), sú $x \in \{-3;\ -2;\ -1;0;1;2\}$. Ich súčet je -3. Správna je odpoveď E.

Štatistické vyhodnotenie:

úspešnosť	celková	57,3 %
	žiaci GYM	63,7 %
	žiaci SOŠ	43,2 %
	chlapci	60,0 %
	dievčatá	57,8 %
neriešenosť		0,7 %
citlivosť		68,8 %
P. Bis.		42,0

Graf distribúcie úspešnosti žiackych odpovedí:



Odpovede a frekvencia ich výskytu:

odpoveď	frekvencia	*P. Bis.*	predpokladaná príčina uvedenej odpovede
(E) – 3	57,3 %	42	správna odpoveď
(B) 3	13,3 %	– 20	Žiaci zrejme určili iba definičný obor a sčítali jemu vyhovujúce kladné celé čísla.
(D) – 6	10,4 %	– 13	Žiaci zrejme neurčili definičný obor a sčítali iba záporné celé riešenia nerovnice.
(A) 6	9,5 %	– 15	Tieto odpovede podľa *P. Bis.* zrejme tipovali žiaci v teste celkove menej úspešní.
(C) 2	8,8 %	– 17	
–	0,7 %	– 7	neuvedená odpoveď

Komentár:

Úloha vyžadovala znalosť postupu riešenia nerovnice s odmocninou. Žiaci SOŠ boli pri jej riešení menej úspešní ako žiaci GYM. Úloha výborne rozlíšila žiakov.

Záver

Na výsledky riešenia testu externej časti maturitnej skúšky z matematiky sa môžeme pozerať z hľadiska kvality výkonu žiakov, ako aj z hľadiska kvality meracieho nástroja – testu, pričom tieto dva aspekty sú navzájom prepojené.

Test MAT10 riešilo 9 010 maturantov. Počet žiakov v jednotlivých krajoch bol vyrovnaný. Podľa zriaďovateľa významne viac žiakov bolo zo štátnych škôl, zvyšok boli žiaci cirkevných a súkromných škôl. V rozdelení podľa typu školy prevahu mali žiaci gymnázií. Podiel chlapcov a dievčat bol približne 17 : 10 v prospech chlapcov. Po druhýkrát sa realizoval on-line test z matematiky. Štatistické analýzy potvrdili, že nová forma testovania nespôsobila rozdiely vo výkonoch.

Priemerná úspešnosť celého súboru (národný priemer) bola 59,0 %. Ukázalo sa, že výkon žiakov podľa krajov bol vyrovnaný. Podľa zriaďovateľa rozdiel vo výsledkoch medzi žiakmi cirkevných a súkromných škôl v prospech cirkevných je iba na veľmi miernej úrovni signifikancie. Z hľadiska typu školy, výkon žiakov gymnázií (priemerná úspešnosť 64,4 %) je stredne významne lepší, ako výkon žiakov stredných odborných škôl, kde priemerná úspešnosť bola 47,0 %. Gymnazisti boli vo všetkých oblastiach testu lepší ako žiaci ostatných stredných škôl. Aj keď test z matematiky písalo viac chlapcov ako dievčat, v porovnaní úspešnosti podľa pohlavia nezaznamenávame štatisticky významné rozdiely. Rozdiely v úspešnosti chlapcov a dievčat sa nepotvrdili ani v jednotlivých oblastiach testu. Celkovo bol test z rodového hľadiska náročnosti položiek dobre vyvážený. Súlad polročnej klasifikácie žiakov a ich výkonu v EČ MS je primeraný. Dosiahnuté priemerné úspešnosti zodpovedali širokospektrálnej populácii, ktorá test riešila.

V záujme nezávislosti riešenia testu boli vyvinuté dva varianty, ktoré boli zo všetkých skúmaných hľadísk ekvivalentné.

Základné charakteristiky testu MAT10 nepoukazujú na závažné neštandardné vybočenia. Reliabilita testu bola primeraná, Cronbachovo $\alpha = 0{,}85$ potvrdzuje vysokú presnosť merania. Aj ďalšie parametre testu svedčia o uspokojivej rozlišovacej sile testu. O kvalite testu vypovedá aj kvalita jednotlivých položiek: obťažnosť, citlivosť, neriešenosť a predovšetkým medzipoložková korelácia. Charakteristiky štyroch položiek vykázali jednu výrazne nepriaznivú hodnotu, ale preukázala sa opodstatnenosť týchto položiek v teste.

Vyhodnotenie úspešnosti žiakov v jednotlivých oblastiach konštatuje primerané výsledky pri riešení príkladov známych z učebníc a zbierok úloh. Žiaci v podstate bez problémov riešia úlohy, ktoré vyžadujú jednoduchú aplikáciu poznatkov. Podrobná analýza položiek ukázala, že žiaci majú problém riešiť náročnejšie úlohy vyžadujúce vzájomné prepojenie poznatkov a algebraický výpočet. Ukázali sa pretrvávajúce nedostatky pri riešení úloh z geometrie, najmä analytickej geometrie. Vo vyučovaní matematiky na stredných školách je potrebné klásť dôraz na úlohy a zadania vyžadujúce tvorivý prístup žiaka, aplikáciu a vzájomné prepojenie poznatkov z rôznych oblastí matematiky, prácu s informáciami, grafmi, tabuľkami. Dostatočný priestor je potrebné venovať matematizácii problémov z bežného života a precvičovaniu algebraických zručností potrebných pri štúdiu na vysokej škole.

Literatúra

1. Burjan, V.: Tvorba a využívanie školských testov vo vzdelávacom procese. Exam: Bratislava 1999.
2. Cieľové požiadavky na vedomosti a zručnosti maturantov z matematiky. ŠPÚ: Bratislava 2008.
3. Hendl, J.: Přehled statistických metod zpracování dát. Portál: Praha 2004.
4. Grošeková, M.: Jazykové skúšky a štandardizované testy 1. časť. In: Bulletin SAIA Slovenská akademická informačná agentúra, Informačný mesačník o štúdiu v zahraničí č. 9, ročník XIV, september 2004. http://www.saia.sk/images/Bulletin%20SAIA/www9[3].pdf (20.6.2006)
5. Juščáková, Z.: Záverečná správa zo štatistického spracovania testu z matematiky úroveň B. ŠPÚ: Bratislava 2008.
6. Juščáková, Z. – Ringlerová, V.: Príručka. Vysvetlenie pojmov používaných v správach zo štatistického spracovania testov EČ MS. NÚCEM: Bratislava 2009.
7. Juščáková, Z. – Kelecsényi, P. – Pichaničová, I.: Správa o výsledkoch externej časti maturitnej skúšky. Matematika. NÚCEM: Bratislava 2009.
8. Juščáková, Z.: Záverečná správa zo štatistického spracovania testu z matematiky. NÚCEM: Bratislava 2010.
9. Kolektív: Standardy pro pedagogické a psychologické testování. Testcentrum: Praha 2001.
10. Špecifikačná tabuľka testu z matematiky. Interný materiál. NÚCEM: Bratislava 2009.
11. Lapitka, M.: Tvorba a použitie didaktických testov. ŠPÚ: Bratislava 1996.
12. Ringlerová, V.: Záverečná správa zo štatistického spracovania testu z matematiky úrovne A. ŠPÚ: Bratislava 2008.
13. Ritomský, A. – Zelmanová, O.: Štatistické spracovanie a analýza dát rozsiahlych monitorovaní. Položková a multivariačná analýza s využitím systému SPSS. ŠPÚ: Bratislava 2003.
14. Ritomský, A. – Zelmanová, O. – Zelman, J.: Štatistické spracovanie a analýza dát rozsiahlych monitorovaní s využitím systému SPSS. ŠPÚ: Bratislava 2002.
15. SPSS Base 10.0 User`s Guide. by SPSS Inc.: Chicago 1999.
16. SPSS Base 7.0 Syntax Reference Guide. by SPSS Inc.: Chicago 1996.
17. Turek, I.: Učiteľ a pedagogický výskum. Metodické centrum: Bratislava 1998.
18. Wimmer, G.: Štatistické metódy v pedagogickom výskume. Gaudeamus: Hradec Králové 1993.
19. URL: http://www.scio.cz/tvorba_testu/teorie_testu/index.asp (15.06.2006)

Príloha – Vysvetlenie niektorých použitých pojmov

Úspešnosť žiaka je definovaná ako percentuálny podiel bodov za položky, na ktoré žiak odpovedal správne z celkového počtu bodov, ktoré mohol v teste získať. Najvyššia dosiahnutá úspešnosť niektorého žiaka v teste je **maximum**, najnižšia dosiahnutá úspešnosť je **minimum**. Aritmetický priemer úspešností všetkých žiakov riešiacich test je **priemerná úspešnosť** (národný priemer).

Štandardná odchýlka je priemer odchýlok úspešností všetkých žiakov od priemernej úspešnosti. Vyjadruje mieru rozptýlenia úspešností žiakov od priemernej úspešnosti. Čím je väčšia, tým väčšie sú rozdiely vo výkonoch žiakov. Pomocou štandardnej odchýlky určujeme **intervalový odhad úspešnosti populácie**

$$\langle -1{,}96 \,.\, \text{štandardná odchýlka}; 1{,}96 \,.\, \text{štandardná odchýlka} \rangle,$$

v ktorom sa umiestnilo 95 % testovaných žiakov.

Štandardná chyba priemernej úspešnosti určuje presnosť vypočítania priemernej úspešnosti. Čím menšia je štandardná chyba priemernej úspešnosti, tým presnejšie charakterizuje priemerná úspešnosť testovaných žiakov. Pomocou štandardnej chyby priemernej úspešnosti určujeme **interval spoľahlivosti pre priemernú úspešnosť**

$$\langle -1{,}96 \,.\, \text{štandardná chyba priem. úspešnosti}; 1{,}96 \,.\, \text{štandardná chyba priem. úspešnosti} \rangle,$$

v ktorom sa s 95 % – nou pravdepodobnosťou nachádza priemerná úspešnosť celého súboru.

Štandardná chyba merania je ukazovateľom presnosti merania. Čím je menšia, tým presnejšie je určený **intervalový odhad úspešnosti individuálneho žiaka**

$$\langle \text{priemer} - 1{,}96 \,.\, \text{štandardná chyba merania}; \text{priemer} + 1{,}96 \,.\, \text{štandardná chyba merania} \rangle$$

v ktorom sa s 95 % – nou pravdepodobnosťou nachádza úspešnosť individuálneho žiaka.

Reliabilita testu (spoľahlivosť merania) určuje, do akej miery sa podarilo v teste vylúčiť vplyv náhodnosti, či by testovaní žiaci dosiahli rovnaké alebo podobné výsledky pri opakovanom testovaní podobnými úlohami. Koeficientom reliability testu je **Cronbachovo alfa**.

Percentil individuálneho žiaka určuje percentuálne poradie žiaka v celom súbore, koľko percent žiakov celého súboru dosiahlo horší výsledok ako individuálny žiak.

Štatistická signifikancia určuje mieru zhody alebo rozdielnosti dvoch porovnávaných skupín súboru, napríklad priemerných úspešností. Keďže štatistická signifikancia sa preukáže už pri malých rozdieloch medzi úspešnosťami skupín, pre potreby pedagogických výskumov je vhodnejšia **vecná signifikancia** rozdielov priemerných úspešností, ktorá aj pri veľkých súboroch zohľadňuje počet žiakov v jednotlivých porovnávaných skupinách. Mieru zhody alebo rozdielnosti porovnávaných skupín podľa vecnej signifikancie vyjadruje stupnica v nasledujúcej tabuľke.

Tab. 14 Klasifikácia miery vecnej signifikancie

Hodnota vecnej signifikancie *r*	Miera signifikancie
0,00 – 0,10	žiadna
0,11 – 0,20	veľmi mierna
0,21 – 0,30	mierna
0,31 – 0,50	stredná
0,51 – 1,00	silná, veľmi silná až úplná

Úspešnosť položky je percentuálny podiel žiakov, ktorí správne riešili úlohu. **Obťažnosť položky** je doplnkom úspešnosti položky do hodnoty 100 %. Rozdelenie položiek podľa percentuálnej hodnoty úspešnosti uvádza nasledujúca tabuľka.

Tab. 15 Klasifikácia obťažnosti položiek

Hodnota úspešnosti	Obťažnosť položky
100,0 % – 90,0 %	extrémne ľahká
89,9 % – 80,0 %	veľmi ľahká
79,9 % – 20,0 %	stredne obťažná (okolo 50,0 % optimálna)
19,9 % – 10,0 %	veľmi obťažná
9,9 % – 0,0 %	extrémne obťažná

Medzipoložková korelácia *P. Bis.* (*Point Biserial*) určuje vzťah medzi úspešnosťou položky a úspešnosťou vo zvyšných položkách testu. Hodnoty *P. Bis.* sa uvádzajú v stonásobku skutočnej hodnoty pre lepšiu čitateľnosť. Čím väčšia je kladná hodnota *P. Bis.* položky, tým väčší podiel v teste celkove úspešnejších žiakov a menší podiel menej úspešných žiakov odpovedalo správne na položku. Rozdelenie položiek podľa *P. Bis.* je v nasledujúcej tabuľke.

Tab. 16 Klasifikácia položiek podľa *P. Bis.*

Hodnota *P. Bis.*	Rozlišovacia schopnosť položky
záporná hodnota	nerozlišuje dobrých a slabých žiakov
hodnota okolo 0	veľmi slabá rozlišovacia schopnosť
hodnota väčšia ako 25	dobrá rozlišovacia schopnosť

Citlivosť (rozlišovacia sila položky) je schopnosť položky rozlíšiť dobrých a slabších žiakov. Ak všetkých žiakov rozdelíme podľa vzostupnej úspešnosti do desiatich skupín (od 10 do 1), tak rozdiel priemernej úspešnosti najlepšej (1) a najslabšej (10) skupiny je hodnota citlivosti položky. Položky podľa citlivosti rozdeľuje nasledujúca tabuľka.

Tab. 17 Rozdelenie položiek podľa citlivosti

Hodnota citlivosti	Miera citlivosti
záporná hodnota	kritická
0,0 % – 10,0 %	nedostatočná
10,1 % – 20,0 %	nízka
nad 20,0 %	vyhovujúca

Distribúcia úspešnosti vyjadruje vzťah medzi úspešnosťou položky a celkovou úspešnosťou žiaka v teste. Interpretuje sa grafmi, ktoré majú na osi *x* rozdelenie žiakov do 10 výkonnostných skupín od najmenej úspešnej desiatej skupiny po najúspešnejšiu prvú skupinu a na osi *y* priemernú úspešnosť danej položky v danej výkonnostnej skupine.

Neriešenosť položky je percentuálny podiel žiakov, ktorí na položku neuviedli odpoveď. Určuje sa ako súčet vynechanosti a nedosiahnutosti. Žiak vynechal položku, ak na danú úlohu neodpovedal, ale na niektorú ďalšiu úlohu áno. Za nedosiahnutú považujeme položku, po ktorej žiak už žiadnu položku neriešil. Nedosiahnutosť poslednej položky určujeme ako nedosiahnutosť predposlednej položky. Za kritickú považujeme hodnotu neriešenosti vyššiu ako 50 %.

Úlohy s výberom odpovede vyhodnocujú osobitne každú ponúknutú odpoveď. Uvádza sa *P. Bis.* každej možnosti, percentuálny podiel žiakov, ktorí si vybrali danú možnosť a počet žiakov, ktorí si vybrali danú možnosť. Tieto údaje sú uvedené aj pre skupinu neodpovedajúcich žiakov. Žltou farbou je označený stĺpec so správnou odpoveďou. Položky s výberom odpovede hodnotíme podľa nasledovných kritérií:

1. Podiel žiakov, ktorí si vybrali správnu odpoveď, by mal byť najväčší.
2. Hodnota *P. Bis.* pri správnej odpovedi by mala byť väčšia ako 0,20 (optimálne 0,25).
3. Hodnota *P. Bis.* pri nesprávnej odpovedi (distraktore) by mala byť záporná.

Akékoľvek nedodržanie týchto kritérií je v tabuľkách farebne zvýraznené.