



**Európska únia**

Európsky sociálny fond

**NÚCEM**

NÁRODNÝ ÚSTAV CERTIFIKOVANÝCH  
MERANÍ VZDELÁVANIA



Operačný program  
**VZDELÁVANIE**

# Workshop - hry

# 1 Ťahanie guľôčky

---

- **Cieľ:** Pomocou pomeru vytiahnutých guľôčok odhadnúť počet guľôčok jednotlivých farieb, ak poznáme celkový počet guľôčok. Precvičenie pojmu šanca.
- **Ročník:** 5. – 9. ročník
- **Pomôcky:** farebné guľôčky (5 červených a 5 bielych), nepriehľadné vrecúško, papier, pero

# Pravidlá hry

- Do nepriehľadného vrecúška dá vedúci hry (učiteľ) 10 guľôčok (napríklad 5 bielych a 5 červených). Hráči vedia, že vo vrecúšku je 10 guľôčok, ale nepoznajú ich farby.
- Z tohto vrecúška každý hráč desaťkrát náhodne vytiahne jednu guľôčku, zapíše si jej farbu a vráti ju do vrečka.
- Na základe počtu zapísaných desiatich farieb urobí každý hráč **prvý typ** - typuje skladbu guľôčok vo vrecúšku (farbu a počet guľôčok tejto farby). Svoj typ si zapíše.
- Následne sa **zosumarizujú získané výsledky** od každého hráča. Každý hráč nahlási počty zapísaných farieb a tieto počty sa sčítajú.
- Na základe sumarizácie hráči urobia **druhý typ** - opäť tipujú skladbu guliek a zapíšu si svoj druhý typ.
- Na záver sa hráči pozrú do vrecúška a skontrolujú svoje typy. Udelia sa dva typy cien. Cenu prvého typu vyhrávajú hráči, ktorí majú správny prvý typ a cenu druhého typu vyhrávajú hráč, ktorí majú správny druhý typ.

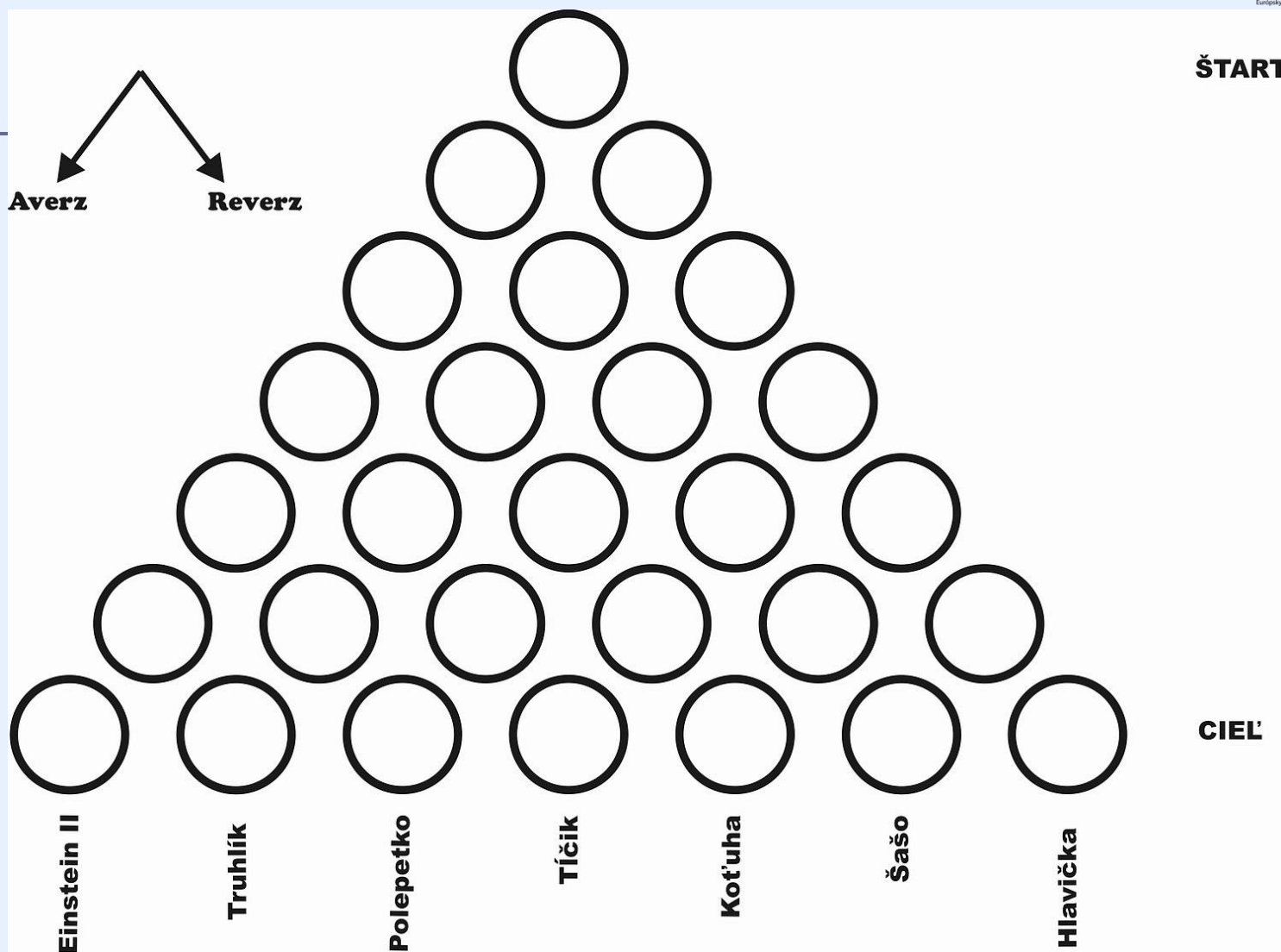
# Metodické pokyny

- ❑ Prostredníctvom uskutočnenia dostatočného množstva náhodného ťahania guľôčok z vrecúška s vrátením a zapísania týchto výsledkov, môžeme odhadnúť, aké guľôčky sa nachádzajú vo vrecúšku.
- ❑ Na základe **pomeru počtu farebne odlišených vytiahnutých** guľôčok odhadneme šancu vytiahnutia daných farebných guľôčok a na základe nej sa pokúsime určiť skutočné počty farebných guľôčok vo vrecúšku.
- ❑ Napríklad, ak sme vytiahnutím získali 47 červených a 53 bielych guľôčok, určíme pomer počtu červených a bielych guľôčok, teda 47:53. Po delení desiatimi dostaneme pomer 4,7:5,3 a po zaokrúhlení dostaneme pomer 5:5. Teda, šanca, že vytiahnem červenú guľôčku je 5:5. Žiak by mal typovať výsledok 5 červených a 5 bielych guľôčok.
- ❑ Následne môžeme meniť počty farebných guľôčok vo vrecúškach. Musíme však zrealizovať dostatočné množstvo vytiahnutí tak, aby bol odhad dobrý.
- ❑ Treba si dať pozor na zloženie guliek vo vrecúšku. Dať do vrecúška 1 bielu a 9 červených guliek nie je správne. Šanca, že vytiahneme túto jednu bielu guľku je dosť malá.
- ❑ Pre urýchlenie priebehu hry je vhodné vyrobiť viac vreciek s rovnakým obsahom guliek.

# 2 Veštiaca Galtonova doska

---

- **Cieľ:** Odhad pravdepodobnosti počtu padnutých líc pri šesťnásobnom opakovaní hodu mincou. Určenie počtu všetkých možných výsledkov a určenie počtu výsledkov priaznivých danému počtu padnutých líc.
- **Ročník:** 7. -9. ročník
- **Pomôcky:** minca, hrací plán, figúrka
- **Pravidlá hry:**
- Každý hráč dostane hrací plán, mincu a figúrku.
- Na začiatku hry položíme figúrku na východiskovú polohu, ktorou je hlavný vrchol (temeno) trojuholníka, cieľovou polohou je ľubovoľný krúžok ležiaci na základni tohto trojuholníka.
- Hráč hádže mincou a podľa toho, či padne líce (averz - tá strana mince, na ktorej je vyznačený vydavateľ mince), alebo rub, zaujme ďalšiu polohu v hracom pláne v zmysle priloženej legendy (averz - doľava, reverz – doprava).
- Aby sa hráč dostal na základňu, je potrebných 6 hodov mincou.
- Ak sa hráč ocitol v cieľovej polohe, prečíta si zodpovedajúci odkaz.



# Metodické pokyny

---

- Po skončení hry, vyzveme žiakov, aby zdvihli ruku Einsteinovia, Truhlíci a pod. a výsledky zapíšeme na tabuľu. Všímame si počty žiakov v jednotlivých cieľových skupinách. Žiaci určite odhalia, že tu platí istá zákonitosť správania tohto náhodného javu.
- Následne môžeme so žiakmi hľadať **počty ciest**, ktoré vedú k jednotlivým cieľovým polohám. Posun figúrky doprava si môžeme označiť 1 a doľava 0. Takto môžeme zakódovať všetky cesty pomocou postupnosti núl a jednotiek. Dostaneme tak šesťčlenné variácie núl a jednotiek (variácie s opakovaním, je ich 64)
- Pád veľkého počtu guľôčok po Galtonovej doske nám umožňujeme simulovať program **Plinko probability** ([http://phet.colorado.edu/sims/plinko-probability/plinko-probability\\_en.html](http://phet.colorado.edu/sims/plinko-probability/plinko-probability_en.html)), alebo aj program **Quincunx** (<http://www.mathsisfun.com/data/quincunx.html>), ktoré sú voľne dostupné na internete.
- Ďalej môžeme položiť otázku, čím môžeme nahradiť mincu pri hre? (2 farebné guľôčky vo vrecúšku, kocka – párne čísla a nepárne čísla, ruleta – čierne a červené políčka, hracie karty- buď len 2 karty vyberiem, alebo 2 farby (rovnaký počet z každej farby))

# 3 Nemusíš odpovedať

- Cieľ:** Odhad pravdepodobnosti relatívnou početnosťou
- Ročník:** 7. - 9. ročník
- Pomôcky:** tri obálky so smejkami pre dvojicu hráčov, tabuľka na zaznamenávanie výsledkov



Výsledky bez výmeny obálky		Výsledky pri výmene obálky	
			



# Pravidlá hry

---

- Na začiatku hry vyvolá učiteľ jedného žiaka, ktorý má ísť odpovedať.
- Navrhne mu však, že ak mu bude šťastie naklonené a otvorí z troch obálok, v ktorých sú ukrytý smejkovia (dvaja smutný a jeden veselý) obálku s veselým smejkom, nemusí ísť odpovedať.
- **Učiteľ uloží na stôl tri obálky, v ktorých sú ukrytý smejkovia (dvaja smutný a jeden veselý) tak, aby iba on vedel, kde sú smutní smejkovia.**
- **Žiak si vyberie jednu z obálok, ale neotvorí ju. Potom učiteľ zo zvyšných dvoch obálok otvorí obálku so smutným smejkom.**
- Následne si **žiak** môže buď **ponechať** obálku, ktorú si vybral na začiatku, alebo ju môže **vymeniť** za zvyšnú obálku a otvorí ju.

# Pravidlá hry

---

- Po skončení úvodnej hry učiteľa so žiakom, rozdelíme žiakov v triede do dvojíc, kde jeden z nich bude predstavovať učiteľa a druhý žiaka.
- Každá dvojica si zahrá 10 hier (každý bude päťkrát učiteľom)
- Výsledky si budú zaznamenávať do tabuľky čiarkovou metódou

# Pravidlá hry

- ❑ **Učiteľ** uloží na stôl tri obálky, v ktorých sú ukrytý smejkovia (dvaja smutný a jeden veselý) tak, aby iba **on vedel, kde sú smutní smejkovia**.
- ❑ **Žiak** si vyberie jednu z obálok, ale neotvorí ju.
- ❑ Potom **učiteľ** zo zvyšných dvoch obálok **otvorí obálku so smutným smejkom**.
- ❑ Následne si **žiak** môže buď **ponechať** obálku, ktorú si vybral na začiatku, alebo ju môže **vymeniť** za zvyšnú obálku a otvorí ju.
- ❑ Po otvorení obálky, žiak zaznačí do tabuľky čiarkovou metódou, akého smejka mal v obálke.
- ❑ Každá dvojica si zahrá *10 hier* (každý bude päťkrát učiteľom)

# Metodické pokyny

- V tejto hre ide o modifikáciu známeho Monty Hall paradoxu, v ktorom úlohu obálok zohrávajú tri zatvorené dvere, za dvomi z nich je koza a za jednými automobil
- Ak si žiak **ponechá obálku** má šancu na výhru 1 : 2, teda pravdepodobnosť 1/3
- Ak si obálku **vymení**, má šancu 2 : 1, teda pravdepodobnosť 2/3
  - Pretože **veselý smejko je v obálkach**, ktoré si nevybral s pravdepodobnosťou 2/3
  - a pani učiteľka otvorila obálku, o ktorej vedela, že v nej nie je veselý smejko, teda veselý smejko je vo zvyšnej obálke s pravdepodobnosťou 2/3.
- Žiak by si mal obálku vymeniť.
- Či si má alebo nemá žiak vymeniť obálku, možno overiť prakticky, teda vyskúšať dostatočne veľa výberov bez výmeny a s výmenou obálky. Potom odhadnúť pravdepodobnosť podielom počtu priaznivých výsledkov a všetkých výsledkov bez výmeny obálky a odhadnúť pravdepodobnosť podielom počtu priaznivých výsledkov a všetkých výsledkov pri výmene obálky. Počet hier by ale mal byť dosť veľký.

# Vysvetlenie $P = 2/3$

Ak si označíme smutných smejkov  $S_1$ ,  $S_2$  a veselého  $V$ , tak výsledky ťahaní môžeme zaznačiť nasledovne:

1. Žiak zoberie obálku so smejkom  $S_1$ ,  
na stole zostanú obálky so smejkami  $S_2$ ,  $V$ .  
Učiteľ otvorí obálku so smejkom  $S_2$ .  
Teda na stole zostane obálka so smejkom  $V$ .
2. Žiak zoberie obálku so smejkom  $S_2$ ,  
na stole zostanú obálky so smejkami  $S_1$ ,  $V$ .  
Učiteľ otvorí obálku so smejkom  $S_1$ .  
Teda na stole zostane obálka so smejkom  $V$ .
3. Žiak zoberie obálku so smejkom  $V$ ,  
na stole zostanú obálky so smejkami  $S_1$ ,  $S_2$ .  
Učiteľ otvorí obálku so smejkom  $S_2$  (resp.  $S_1$ ).  
Teda na stole zostane obálka so smejkom  $S_1$  (resp.  $S_2$ ).

Teda, pravdepodobnosť, že veselý smejko je v obálke, ktorá zostala na stole, je  $2/3$ .

# 4 Háďaj poradie

- **Cieľ:** Nájsť najlepšiu stratégiu háďania usporiadania štyroch rôznofarebných kociek.
- **Ročník:** 6. ročník
- **Pomôcky:** 4 rôznofarebné kocky pre každého žiaka, kus farebného kartónu



# Pravidlá hry

---

- Hru hrajú dvaja hráči, ktorí sedia oproti sebe. Každý z hráčov dostane farebné kocky
  - *Hráč A* dostane 4 rôznofarebné kocky
  - *Hráč B* desať takýchto štvoríc kociek.
- *Hráč A* usporiada svoje štyri farebné kocky a postaví pred ne farebný papier tak, aby spoluhráč nevidel jeho kocky.
- *Hráč B* usporiada svoje štyri kocky a opýta sa *hráča A*, ktoré kocky umiestnil správne.
- *Hráč B* si vezme ďalšie 4 kocky a snaží sa nesprávne umiestnené kocky správne preusporiadať. Opäť sa pýta, ktoré kocky umiestnil správne.
- Po uhádnutí usporiadania sa hráči vymenia.
- Vyhráva hráč, ktorý na uhádnutie správneho poradia potreboval menej otázok.

# Metodické pokyny

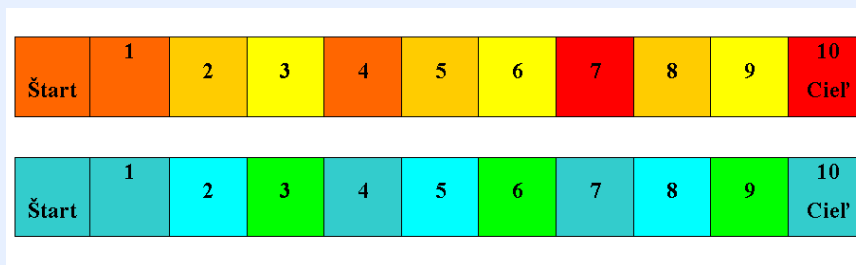
---

- Po skončení hry vyhodnotíme, ktorý hráč v triede získal najväčší počet bodov.
- Následne urobíme v triede prieskum, aké stratégie používali žiaci pri hádaní.
- **Hru sa môžeme zahrat'** aj tak, že *Hráč B* bude hádať umiestnenie farebných kociek postupne. Najprv háda farbu prvej kocky. Keď ju uhádne, háda farbu druhej kocky ap. Následne budeme porovnávať stratégie hádania a určíme výhodnejšiu.



# 5 Hra o desiatku

- ❑ **Cieľ:** Pochopiť pojmu náhodný jav. Vedieť určiť počet priaznivých možností danému náhodného javu zo všetkých možností.
- ❑ **Ročník:** 6. ročník
- ❑ **Pomôcky:** hracia kocka, 2 figúrky a 2 hracie polia (farebný pásik s číslami od 1 po 10) pre každú dvojicu hráčov, papier, pero



# Pravidlá hry

---

- Hru hrajú dvaja hráči. Každý z nich má svoju vlastnú hraciu plochu a figúrku.
- Hráči postavlia figúrku na políčko **Štart**.
- Hráč 1 hodí kockou a pohne svojou figúrkou po hracom poli podľa počtu bodiek na kocke.
- Po ňom hádže kockou hráč 2 a podľa počtu bodiek na kocke pohne svojou figúrkou po svojom hracom poli.
- Ak hráčovi padne na kocke väčší počet bodiek ako je chýbajúcich políčok, nesmie pohnúť figúrkou.
- Vyhráva hráč, ktorý sa ako prvý dostane so svojou figúrkou na políčko s číslom 10.

# Metodické pokyny

---

- Po skončení hry sa spoločne zamyslíme nad pravdepodobnosťou výhry v tejto hre.  
Je výhodou začínať?
- Vypíšeme všetky možnosti, ktorými sa viem dostať na políčko s číslom 10, pričom neuvažujeme tie hody kockou, kedy nemôžeme pohnúť figúrkou po hracom poli. Hľadáme teda priaznivé možnosti pre našu hru.
- Následne žiakom ukážeme **simuláciu tejto hry na PC**

---

# Ďakujeme za pozornosť