MINISTERSTVO
ŠKOLSTVA, VEDY,
VÝSKUMU A ŠPORTU
SLOVENSKEJ REPUBLIKY

KÓD TESTU

7282

ÉRETTSÉGI VIZSGA 2017

EXTERN RÉSZ

MATEMATIKA

NE NYISSÁK KI, VÁRJANAK AZ UTASÍTÁSRA!
ELŐSZÖR OLVASSÁK EL A TESZTHEZ TARTOZÓ UTASÍTÁSOKAT!

- A teszt **30 feladatot** tartalmaz.
- A teszt kitöltéséhez **150 perc** áll rendelkezésükre.
- A teszt kétféle feladattípust tartalmaz:
  - A feleletalkotó feladatoknál írják az eredmény egyes számjegyeit a válaszadó lap megfelelő mezőibe! Vegyék figyelembe a tizedesvessző előnyomtatott helyét!
  - A feleletválasztó feladatoknál a megadott lehetőségek közül válasszák ki a helyeset! Mindig csak egy válasz helyes. A helyes feleletet jelöljék ✕-szel a válaszadó lap megfelelő mezőjében!
- Az értékelés szempontjából minden feladat egyenértékű.
- Munka közben csak íróeszközöket, a teszt utolsó oldalán található képletek áttekintését és csak olyan számológépet használhatnak, amely nem mobiltelefon része. Nem használhatnak Graph, Graphic, Calc, Solve funkciókkal ellátott számológépet, programozható számológépet, grafikus kijelzőjű számológépet, füzeteket, tankönyveket és egyéb irodalmat sem.
- **Számoljanak pontosan! Ha szükséges, akkor csak a végső eredményt kerekítsék a teszt hátsó lapján feltüntetett utasítások alapján!**
- A megjegyzéseket külön papírlapra (piszkozatra) írják! A piszkozat tartalmát az értékeléskor nem vesszük figyelembe.
- **A válaszadó lap kitöltésére vonatkozó pontos utasítások a teszt utolsó oldalán találhatók.**

Sok sikert kívánunk!

Csak akkor kezdjenek dolgozni, amikor erre utasítást kapnak!

I. rész

Oldják meg az **01**-től **20**-ig terjedő feladatokat, és a válaszadó lapra mindig **csak az eredményt** írják be! Nem kell megindokolni, és nem kell feltüntetni a menetet sem, amellyel az eredményhez eljutottak.

A képek csak illusztrációként szolgálnak, az Önök vázlatait helyettesítik, s itt sem a szögek nagyságának, sem a hosszúságoknak nem kell megfelelniük a valóságnak.

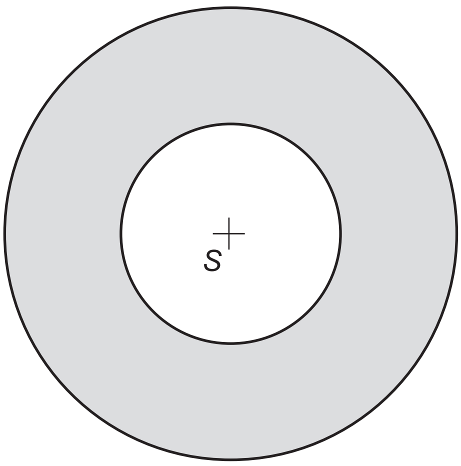
01 A 7 m hosszú rúd hosszának egyharmadával a földben és egynegyedével a vízben van. A rúdból hány méter nincs sem a vízben, sem pedig a földben?

02 Az ókorban „a kocka térfogatának megkettőzése” feladat az euklideszileg nem szerkeszthető problémák közé tartozott. Meg kellett szerkeszteni a kocka élét úgy, hogy az új kocka térfogata az eredeti kocka térfogatának kétszerese legyen. Az eredeti kocka élének a hossza 19 cm volt. Számítsák ki centiméterekben az új kocka élének a hosszát, melynek térfogata az eredeti kocka térfogatának a kétszerese!

03 Találják meg az A432B alakú, legkisebb ötjegyű számot, amely osztható 15-tel!

04 A gépkocsi négyhengeres motorja egy olyan motor, amelyben négy egyforma henger van sorba rakva. A motor egy hengerének a belső átmérője 70 mm, a magassága pedig 80 mm. Mennyi a gépkocsi ezen motorjának össztérfogata köbcentiméterekben kifejezve?

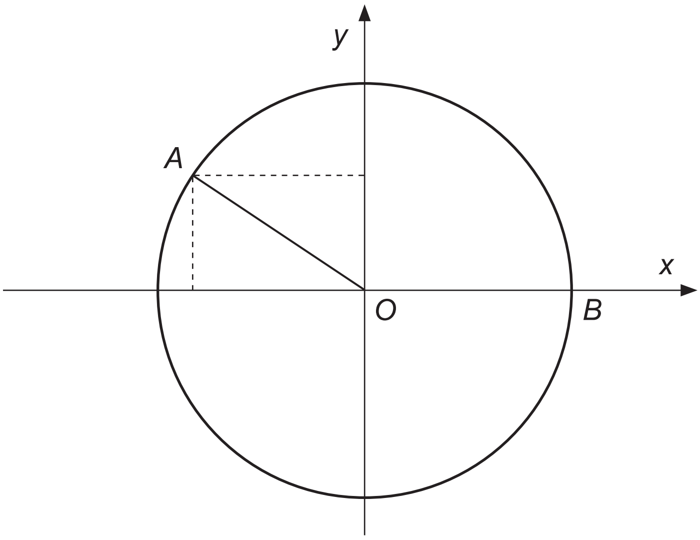
05 A körgyűrű területe, amelyet két közös középpontú kör képez, 100 cm². A külső kör sugara a belső kör sugarának kétszeresével egyenlő. Határozzák meg centiméterekben a külső kör sugarának nagyságát!



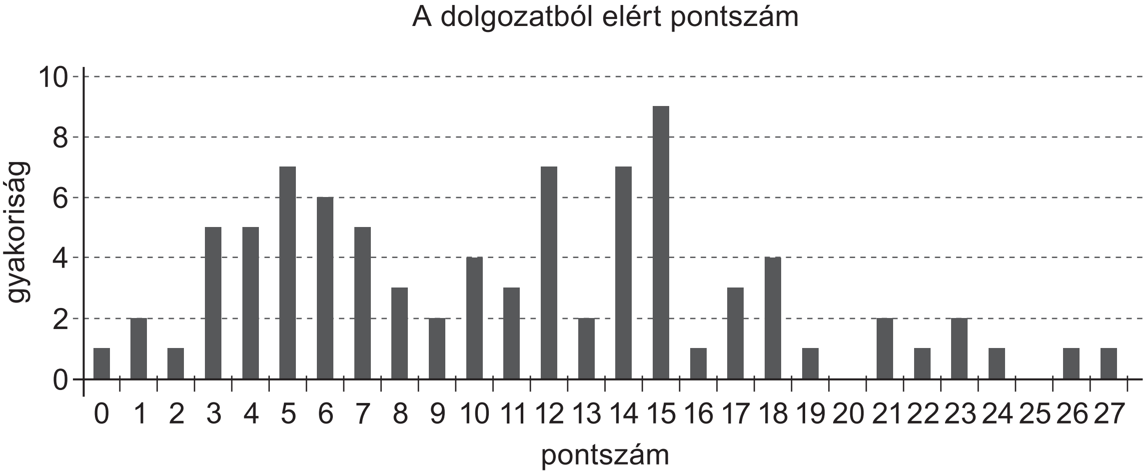
06 17 egymástól különböző természetes szám összege 154. Határozzák meg közülük a két legnagyobb szám összegét!

07 A szórakozott hivatalnoknőnek három különböző levelet kell elküldenie. Véletlenszerűen belerakja a leveleket három megcímzett borítékba. Mekkora a valószínűsége annak, hogy egyetlen levél <u>sem lesz</u> elküldve a helyes címre?

08 A Descartes-féle derékszögű koordináta-rendszerben adott egy egységkör, s a körvonalon fekvő A és B pontok. Az O pont koordinátái $O\left[0;0\right]$, a B pont koordinátái pedig $B\left[1;0\right]$. A BOA szög nagysága 151°. Határozzák meg az A pont x koordinátáját!

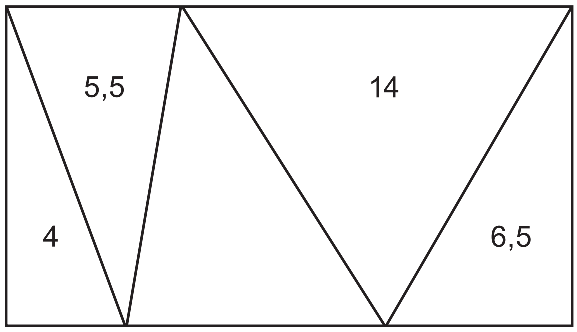


09 A következő hisztogram azt ábrázolja, hogy a 86 tanuló által megírt dolgozatból az adott pontszámot hány tanuló érte el. Határozzák meg az elért pontszámok mediánját!



10 Határozzák meg az a szám értékét úgy, hogy az $f: y = x^2$ és a $g: y = 2x + a$ függvény grafikonjának csak egyetlen közös pontja legyen!

11 Adott egy téglalap, amelyet 5 háromszögre osztottunk fel. Az egyes háromszögekben található számok a háromszög területét fejezik ki cm^2-ben. Számítsák ki négyzetcentiméterekben az egész téglalap területét!

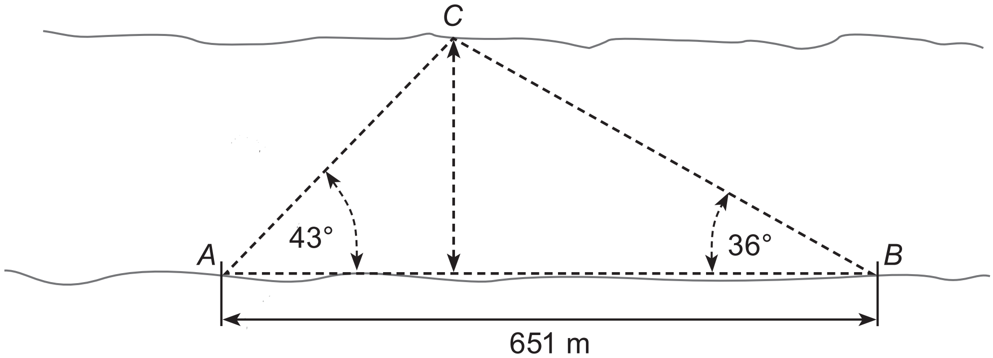


12 Számítsák ki a $\log(6x+4) - \log\left(\frac{x}{2} - 7\right) = \log 100$ egyenlet gyökét!

13 Adott az $(x-1)^2 + y^2 = 1$ egyenlettel megadott körvonal és az $x = t$, $y = t$, ahol $t \in R$, paraméteres alakban megadott egyenes. Számítsák ki metszéspontjaik x koordinátáinak összegét!

14 A trapéz területe 132 cm^2. A két alap hosszának különbsége 6 cm, a magassága pedig 2 cm-rel hosszabb, mint a rövidebb alapja. Határozzák meg centiméterekben a trapéz magasságának nagyságát!

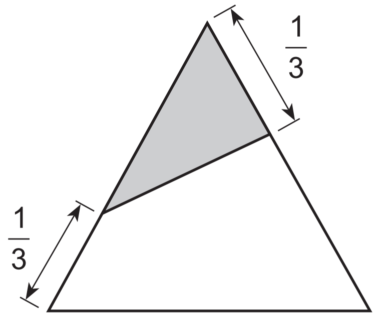
15 A földkimérő ezeket az értékeket mérte le: $|AB| = 651\,\text{m}$, $|BAC\measuredangle| = 43°$, $|ABC\measuredangle| = 36°$, és lerajzolta az alábbi ábrát. Számítsák ki a folyó szélességét!



16 A p egyenes az $y = \frac{1}{2}x - 1$ előírással van megadva. A q egyenes merőleges a p egyenesre, és áthalad az $A[1; 5]$ ponton. Állapítsák meg a q egyenes és az y tengely metszéspontjának az y koordinátáját!

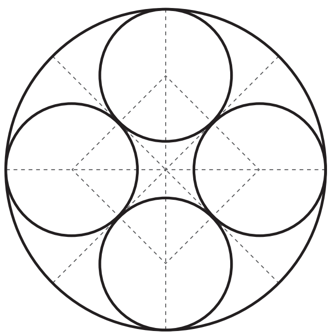
17 Péter elfelejtette az iskolaszekrénye zárjának a négyszámjegyű kódját. Szerencsére azonban néhány információt megjegyzett róla. Tudja, hogy az első számpár 15-tel, a második pedig 7-tel osztható. Péter azonban nagyon peches, ezért minden lehetőséget ki kellett próbálnia (beleértve a 0000 lehetőséget is). Hányadik próbálkozásra nyitotta ki Péter a zárt?

18 Kordélia az egyenlő oldalú háromszögből lenyírta a kiszínezett részt, ahogyan azt az ábrán láthatják (a kiszínezett háromszög legrövidebb oldala az eredeti háromszög oldalhosszának $\frac{1}{3}$-a). Számítsák ki, hogy a háromszög hányad részét nyírta le!



19 Minden avokádómag kicsírázásának valószínűsége 0,9. Három magot ültettünk el. Mekkora a valószínűsége annak, hogy közülük pontosan kettő fog kicsírázni?

20 A gótikus kör egy olyan ornamentum, amelyben egy nagyobb körbe négy egyforma, egymást érintő kisebb kör van írva, ahogy azt az ábrán láthatják. A nagy kör sugara egy méter. Számítsák ki méterekben a kisebb kör sugarát!



II. rész

A **21**-től **30**-ig számozott feladatok mindegyikében a felkínált **(A)** – **(E)** válaszok közül éppen egy a helyes. A válaszukat jelöljék ╳-szel a válaszadó lap megfelelő mezőjében!

A képek csak illusztrációként szolgálnak, az Önök vázlatait helyettesítik, s itt sem a szögek nagyságának, sem a hosszúságoknak nem kell megfelelniük a valóságnak.

21 A $12 - 4x \geq x^2$ egyenlőtlenségnek hány egész számú megoldása van?

(A) 3

(B) 7

(C) 8

(D) 9

(E) 11

22 Gyuri, Fülöp, Károly és Márton a tavaszi szünetüket tervezték. Mindegyik fiú egy kívánságot ejtett ki.

Gyuri: „A Magas-Tátrába akarok menni, vagy szállodában akarok lakni."

Fülöp: „A Magas-Tátrába akarok menni, és turistaházban akarok lakni. "

Károly: „Ha nem megyünk a Magas-Tátrába, akkor szállodában akarok lakni."

Márton: „Ha a Magas-Tátrába megyünk, akkor turistaházban akarok lakni vagy azt akarom, hogy a szállásunk ára magában foglalja a reggeliket is."

Végül tavasszal mindnyájan a Magas-Tátrába mentek, szállodában laktak, és a szállásuk ára magában foglalta a reggeliket is. Válasszák ki azt a lehetőséget, amelyben a feltüntetett fiúk kívánsága teljesítve lett!

(A) Gyuri, Károly és Márton

(B) Gyuri és Fülöp

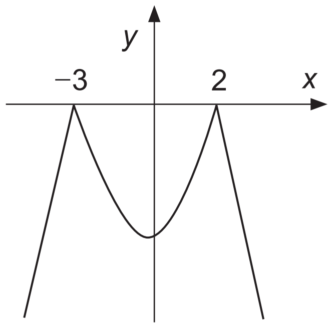
(C) Károly, Fülöp és Márton

(D) Károly és Márton

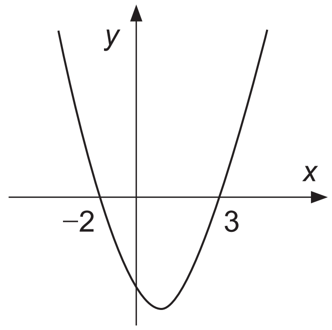
(E) Gyuri, Fülöp és Károly

23 Az alábbi ábrák közül melyik az $y = \left| \left(x - \dfrac{1}{2} \right)^2 - \dfrac{25}{4} \right|$ függvény grafikonja?

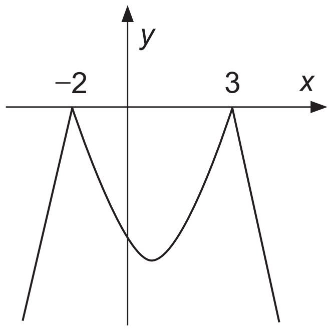
(A)



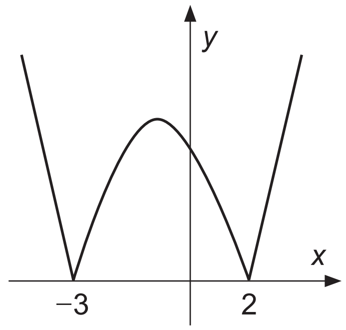
(B)



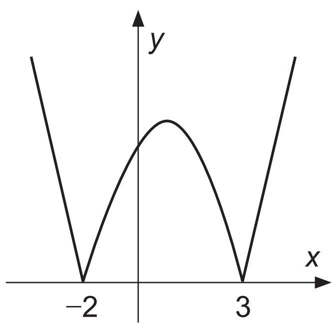
(C)



(D)



(E)



24 Az $f(x) = \sqrt{x-3} + 1$, ahol $x \geq 3$ függvény inverz függvénye az:

(A) $f^{-1}(x) = x^2 + 2$, ahol $x \geq 1$ függvény.

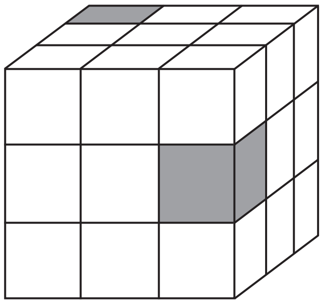
(B) $f^{-1}(x) = (x+1)^2 + 3$, ahol $x \geq 1$ függvény.

(C) $f^{-1}(x) = (x+1)^2 - 3$, ahol $x \geq 1$ függvény.

(D) $f^{-1}(x) = (x-1)^2 + 3$, ahol $x \geq 1$ függvény.

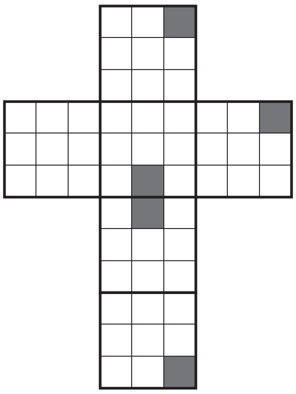
(E) $f^{-1}(x) = (x-1)^2 - 3$, ahol $x \geq 1$ függvény.

25 Egy kocka $3\times3\times3$ kis kockából van összerakva, melyekből 2 fekete és 25 fehér színű.

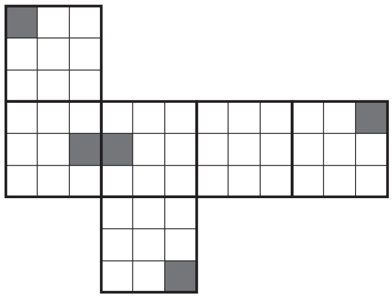


Határozzák meg, hogy a hálózatok közül melyik <u>nem</u> hálózata ennek a kockának!

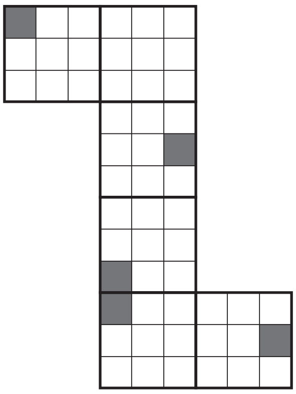
(A)



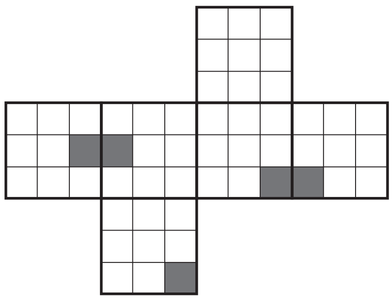
(B)



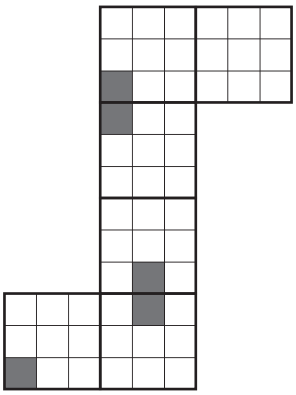
(C)



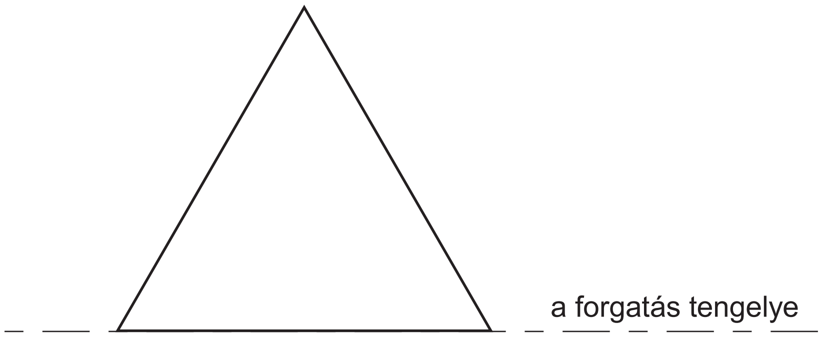
(D)



(E)



26 A forgástest az $a = 2$ cm oldalhosszúságú egyenlő oldalú háromszög egyik oldala körüli forgatásával keletkezett. Számítsák ki ennek a forgástestnek a térfogatát!



(A) π cm^3

(B) $2\pi\sqrt{3}$ cm^3

(C) $\frac{2\pi\sqrt{3}}{3}$ cm^3

(D) $\frac{\pi\sqrt{3}}{3}$ cm^3

(E) 2π cm^3

27 A gyümölcsösben a fákat egy sorba ültették ki. Minden szomszédos fa között két méteres köz van. Jani naponta fut egyet a fasor mentén a gyümölcsösben. Hogy szórakozzon is, az első fától a másodikig fut, és vissza; aztán az elsőtől a harmadikig, és vissza; majd az elsőtől a negyedikig, és vissza; és így tovább. Sorrendben a hányadik legtávolabbi fáig ér el, ha az első fánál kezd, és ennél is végez, és nem fut le 500 méternél többet?

(A) 13.-ig

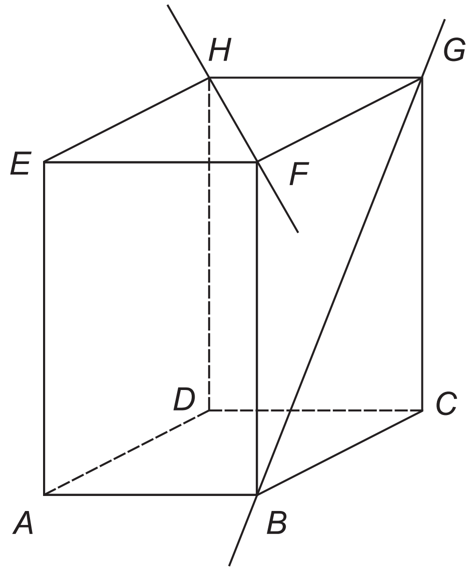
(B) 14.-ig

(C) 15.-ig

(D) 16.-ig

(E) 17.-ig

28 Adott az $ABCDEFGH$ téglatest. Tudjuk, hogy $|AB| = 1$ cm, $|BC| = 2$ cm, $|AE| = 3$ cm. Számítsák ki fokokban a BG és az FH egyenesek által bezárt szög nagyságát!



(A) 60,26°

(B) 61,29°

(C) 69,30°

(D) 71,94°

(E) 81,87°

29 Az $y = \log_2 x$ függvény grafikonja az $y = (x-2)^2$ függvény grafikonját az $A = [x_a; y_a]$ és a $B = [x_b; y_b]$ pontokban metszi. Az állítások közül melyik igaz ezekről a pontokról?

(A) $x_a, x_b \in (-\infty; 2\rangle$

(B) $x_a, x_b \in \langle 1; 3\rangle$

(C) $x_a, x_b \in (1; 4)$

(D) $x_a, x_b \in (2; 4)$

(E) $x_a, x_b \in \langle 3; \infty)$

30 Hány hétjegyű számot írhatunk le az 5, 7, 8, 8, 0, 0, 0 számjegyekkel?

(A) 120

(B) 240

(C) 420

(D) 2 520

(E) 5 040

VÉGE A TESZTNEK

KÉPLETEK ÁTTEKINTÉSE

Hatványok:

$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$ $\quad \dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$ $\quad \left(a^x\right)^y = a^{x \cdot y}$ $\quad \left(a \cdot b\right)^x = a^x \cdot b^x$ $\quad \left(\dfrac{a}{b}\right)^x = \dfrac{a^x}{b^x}$ $\quad a^{-x} = \dfrac{1}{a^x}$ $\quad a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$

Goniometrikus függvények:

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ $\qquad \operatorname{tg} x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$

$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cos x$ $\qquad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

$\sin\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$ $\qquad \cos\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$

	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometria: Szinusztétel: $\dfrac{a}{\sin\alpha} = \dfrac{b}{\sin\beta} = \dfrac{c}{\sin\gamma} = 2r$ $\qquad$ Koszinusztétel: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\gamma$

Logaritmus: $\log_z\left(x \cdot y\right) = \log_z x + \log_z y$ $\qquad \log_z \dfrac{x}{y} = \log_z x - \log_z y$

$\log_z x^k = k \cdot \log_z x$ $\qquad \log_y x = \dfrac{\log_z x}{\log_z y}$

Számtani sorozat: $a_n = a_1 + \left(n-1\right) \cdot d$ $\qquad s_n = \dfrac{n}{2}\left(a_1 + a_n\right)$

Mértani sorozat: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ $\qquad s_n = a_1 \dfrac{q^n - 1}{q - 1}, \ q \neq 1$

Kombinatorika: $P\left(n\right) = n!$ $\qquad V\left(k, n\right) = \dfrac{n!}{\left(n-k\right)!}$ $\qquad C\left(k, n\right) = \dbinom{n}{k} = \dfrac{n!}{\left(n-k\right)!\,k!}$

$P' = \left(n_1, n_2, \ldots, n_k\right) = \dfrac{n!}{n_1!\,n_2! \ldots n_k!}$ $\qquad V' = \left(k, n\right) = n^k$ $\qquad C'\left(k, n\right) = \dbinom{n+k-1}{k}$

Analitikus geometria:

Az egyenes paraméteres kifejezése: $X = A + t\vec{u}, \quad t \in R$

Az egyenes általános egyenlete: $ax + by + c = 0; \quad \left[a; b\right] \neq \left[0; 0\right]$

Vektorok hajlásszöge: $\cos\varphi = \dfrac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\left|\vec{u}\right| \cdot \left|\vec{v}\right|}$

Az $M\left[m_1; m_2\right]$ pont távolsága a p: $ax + by + c = 0$ egyenestől: $\left|Mp\right| = \dfrac{\left|am_1 + bm_2 + c\right|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

A körvonal egyenletének középponti alakja: $\left(x - m\right)^2 + \left(y - n\right)^2 = r^2$

A testek térfogata és felszíne:

	téglatest	henger	gúla	kúp	gömb
térfogat	abc	$\pi r^2 v$	$\frac{1}{3} S_p v$	$\frac{1}{3}\pi r^2 v$	$\frac{4}{3}\pi r^3$
felszín	$2\left(ab + ac + bc\right)$	$2\pi r^2 + 2\pi r v$	$S_p + S_{pl}$	$\pi r^2 + \pi r s$	$4\pi r^2$

Útmutató a válaszadó lap kitöltéséhez

A válaszadó lapokat lapolvasóval dolgozzuk fel. Másolásuk, gyűrésük, összehajtásuk tilos.
Ahhoz, hogy válaszaikat a lapolvasó felismerhesse, vegyék figyelembe a következő utasításokat.

- Írjanak fekete vagy kék tollal! Ne használjanak hagyományos töltőtollat, túl vékonyan író tollat, hagyományos vagy rotringceruzát!
- A feleletalkotó feladat eredményét egész számmal vagy tizedes szám segítségével fejezzék ki. Ha az eredmény egész szám, illetve tizedes szám legfeljebb két tizedes hellyel, a **pontos** eredményt írják be. Ha az eredmény tizedes szám több mint két tizedes hellyel, akkor a **két tizedes helyre kerekített** eredményt írják be.
- Az eredmény egyes számjegyeit írják a megjelölt mezőbe! Egy mezőbe legfeljebb egy számjegyet, illetve „–” jelet írjanak.
- Beíráskor vegyék figyelembe a tizedesvessző előnyomtatott helyét! A „–” (mínusz) előjelet külön mezőbe írják az első számjegy elé!
- Ha az eredményük egész szám, ne töltsék ki a tizedesvessző utáni mezőket!
- A mértékegységek (fokok, méterek, percek, grammok, …) jelét ne írják a válaszadó lapra!

Például:

a 4 633 eredmény beírása:

☐☐☐☐ 4 6 3 3 , ☐☐☐☐

a 81,424 61 m eredmény beírása:

☐☐☐☐☐☐ 8 1 , 4 2 ☐☐

az 1 : 8 = 0,125 eredmény (arány) beírása:

☐☐☐☐☐☐☐ 0 , 1 3 ☐☐

az $\frac{5}{3} = 1{,}\overline{6}$ eredmény (tört) beírása:

☐☐☐☐☐☐☐ 1 , 6 7 ☐☐

- Az eredmény helytelen kitöltése esetében ne kérjenek új válaszadó lapot! A helytelenül kitöltött mezőt teljesen fessék be, és a helyes adatot a befestett mező elé vagy mögé írják.
- A –3,1 eredmény **helyes** beírása:

  ☐☐☐☐☐☐ – 3 , 1 ☐☐☐
- A –3,1 eredmény **helytelen** beírása:

  ☐☐☐☐☐☐☐ – , ☐ 3 , 1
- A –3,1 eredmény helytelen beírásának javítása:

  ☐☐☐☐☐ – 3 ■ , ■ ■ ■ 1

  ☐☐☐☐☐ – 3 ■ , 1 ■ ■ ■

- A feleletválasztó feladat megoldását jelöljék ╳-szel a válaszadó lap megfelelő mezőjében.
- A **(C)** válasz **helyes** megjelölése:

A	B	C	D	E
☐	☐	☒	☐	☐
- A **(C)** válasz **helytelen** megjelölése:

A	B	C	D	E
☒	☐	☒	☐	☐

A	B	C	D	E
☐	☐	☒	☐	☐
- Ha tévesztenek, vagy később véleményüket megváltoztatják, a helytelenül megjelölt mezőt teljesen fessék be, és jelöljék ╳-szel a másik mezőt!

A	B	C	D	E
☒	☐	■	☐	☐
- Ha esetleg ismét meggondolják magukat, és az eredetileg ╳-szel jelölt, majd befestett választ szeretnék újból megjelölni, írjanak ╳-et az összes mezőbe, és a befestett mezőt karikázzák be!

A	B	C	D	E
☒	☒	■	☒	☒

Csak akkor nyissák ki a tesztet, amikor erre utasítást kapnak!