



MATURITA 2017

EXTERNÁ ČASŤ

MATEMATIKA

**NEOTVÁRAJTE, POČKAJTE NA POKYN!
PREČÍTAJTE SI NAJPRV POKYNY K TESTU!**

- Test obsahuje **30 úloh**.
- Na vypracovanie testu budete mať **150 minút**.
- V teste sa stretnete s dvoma typmi úloh:
 - Pri úlohách s krátkou odpoveďou napíšete jednotlivé číslce výsledku do príslušných políčok odpovedového hárka. Rešpektujte pritom predtlačенú polohu desatinnej čiarky.
 - Pri úlohách s výberom odpovede vyberte správnu odpoveď spomedzi niekoľkých ponúkaných možností, z ktorých je vždy správna iba jedna. Správnu odpoveď zaznačte krížikom do príslušného políčka odpovedového hárka.
- Z hľadiska hodnotenia sú všetky úlohy rovnocenné.
- Pri práci smiete používať iba písacie potreby, prehľad vzťahov na poslednom liste tohto testu a kalkulačku, ktorá nie je súčasťou mobilného telefónu. Nesmiete používať kalkulačku s funkciami Graph, Graphic, Calc, Solve, programovateľnú kalkulačku, kalkulačku s grafickým displejom, zošity, učebnice ani inú literatúru.
- **Počítajte presne. Ak je to potrebné, zaokrúhlite iba konečný výsledok podľa pokynov uvedených na zadnej strane testu.**
- Poznámky si robte na pomocný papier. Na obsah pomocného papiera sa pri hodnotení neprihliada.
- **Podrobnejšie pokyny na vyplňovanie odpovedového hárka sú na poslednej strane testu.**

Želáme vám veľa úspechov!

Začnite pracovať, až keď dostanete pokyn!

Časť I

Vyriešte úlohy **01** až **20** a do odpoveďového hárka zapíšete vždy **iba výsledok** – nemusíte ho zdôvodňovať ani uvádzať postup, ako ste k nemu dospeli.

Obrázky slúžia len na ilustráciu, nahrádzajú vaše náčrty, dĺžky a uhly v nich nemusia presne zodpovedať údajom zo zadania úlohy.

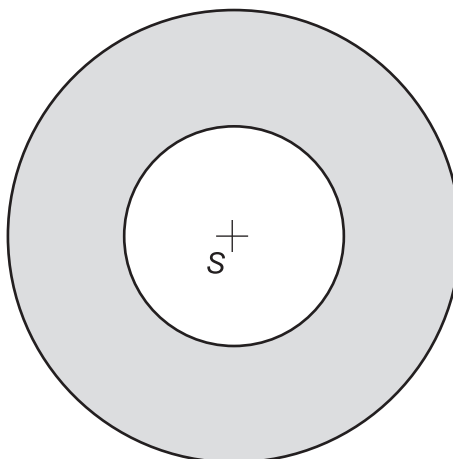
01 Tyč dlhá 7 m je tretinou svojej dĺžky v zemi a štvrtinou vo vode. Koľko metrov tyče nie je ani vo vode, ani v zemi?

02 V staroveku patrila úloha „zdvojenie kocky“ k euklidovskym neriešiteľným. Konštrukčne bolo potrebné zostrojiť hranu kocky tak, aby nová kocka mala dvojnásobný objem ako pôvodná kocka. Pôvodná kocka má dĺžku hrany 19 cm. Vypočítajte v centimetroch dĺžku hrany novej kocky s dvojnásobným objemom pôvodnej kocky.

03 Nájdite najmenšie päťciferné číslo tvaru A432B, ktoré je deliteľné 15.

04 Štvorvalcový motor auta je motor so štyrmi rovnakými valcami usporiadanými v rade. Vnútorý priemer jedného valca motora je 70 mm a výška 80 mm. Koľko je celkový objem tohto motora auta v centimetroch kubických?

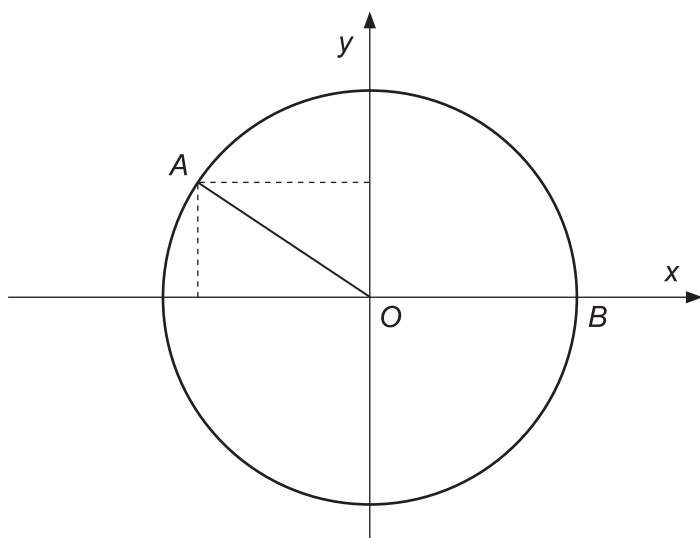
05 Obsah medzikružia tvorený dvoma kružnicami so spoločným stredom je 100 cm^2 . Polomer vonkajšej kružnice sa rovná dvojnásobku polomeru vnútornej kružnice. Určte v centimetroch veľkosť polomeru vonkajšej kružnice.



06 Súčet 17 rôznych prirodzených čísel je 154. Určte súčet dvoch najväčších z nich.

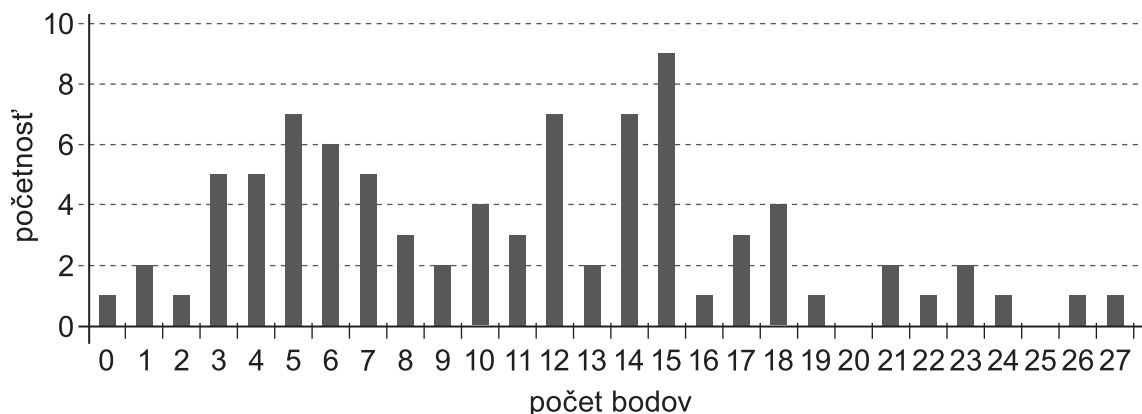
07 Roztržitá úradníčka posielala tri rôzne listy. Náhodne vloží listy do troch obálok s napísanými adresami. Aká je pravdepodobnosť, že ani jeden list nebude odoslaný na správnu adresu?

08 V karteziánskej súradnicovej sústave je daná jednotková kružnica, na ktorej ležia body A a B . Bod O má súradnice $O[0; 0]$ a bod B súradnice $B[1; 0]$. Veľkosť uhla BOA je 151° . Určte x -ovú súradnicu bodu A .



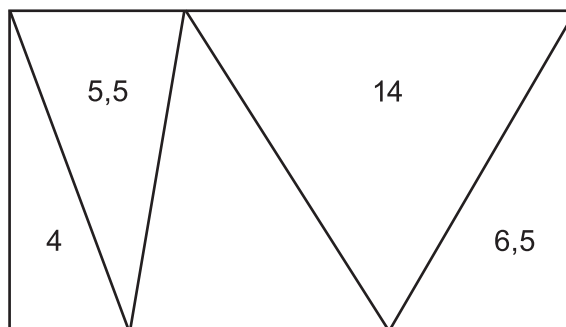
09 Nasledujúci histogram znázorňuje, koľko z 86 žiakov dosiahlo daný počet bodov z písomnej práce. Určte medián získaných bodov.

Body za písomnú prácu



- 10** Určte hodnotu čísla a tak, aby grafy funkcií $f : y = x^2$ a $g : y = 2x + a$ mali spoločný práve jeden bod.

- 11** Je daný obdĺžnik, ktorý je rozdelený na 5 trojuholníkov. Čísla v jednotlivých trojuholníkoch predstavujú ich obsah v cm^2 . Vypočítajte v centimetroch štvorcových obsah celého obdĺžnika.

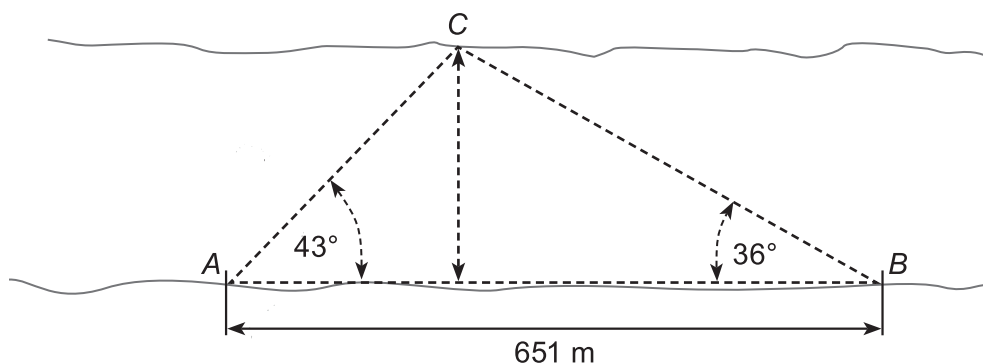


- 12** Vypočítajte koreň rovnice $\log(6x + 4) - \log\left(\frac{x}{2} - 7\right) = \log 100$.

- 13** Vypočítajte súčet x -ových súradníc priesečníkov kružnice danej rovnicou $(x - 1)^2 + y^2 = 1$ a priamky danej parametricky $x = t$, $y = t$, kde $t \in \mathbb{R}$.

- 14** Obsah lichobežníka je 132 cm^2 . Rozdiel dĺžok oboch základní je 6 cm , výška je o 2 cm dlhšia ako kratšia základňa. Určte v centimetroch veľkosť výšky lichobežníka.

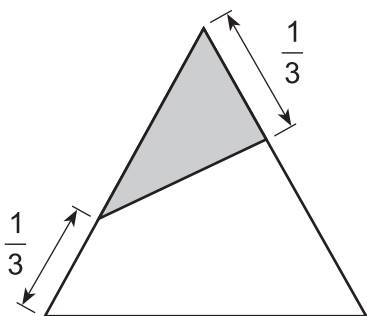
- 15** Zememerač nameral tieto hodnoty $|AB| = 651 \text{ m}$, $|\sphericalangle BAC| = 43^\circ$, $|\sphericalangle ABC| = 36^\circ$ a nakreslil nasledujúci obrázok. Vypočítajte šírku rieky.



- 16** Priamka p je daná predpisom $y = \frac{1}{2}x - 1$. Priamka q je kolmá na priamku p a prechádza bodom $A[1; 5]$. Určte y -ovú súradnicu bodu, ktorý je priesečníkom priamky q s osou y .

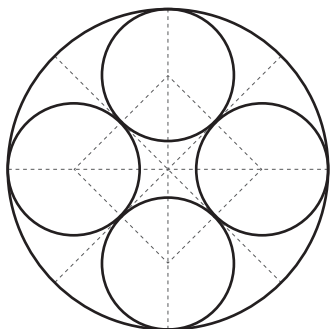
- 17** Peter zabudol štvorčíselný kód svojho zámku na školskej skrinke. Našťastie si o ňom pamätá zopár informácií. Vie, že prvé dvojčísle je deliteľné 15 a druhé 7. Peter je však veľký smoliar, a preto musel vyskúšať všetky možnosti (vrátane možnosti 0000). Na koľký pokus Peter otvoril zámok?

- 18** Kordélia z rovnostranného trojuholníka odstrihla vyfarbenú časť, ako vidíte na obrázku (najkratšia strana vyfarbeného trojuholníka je $\frac{1}{3}$ dĺžky strany pôvodného trojuholníka). Vypočítajte, akú časť z trojuholníka odstrihla.



- 19** Pravdepodobnosť vyklíčenia každej kôstky avokáda je 0,9. Zasadili sme 3 kôstky. Aká je pravdepodobnosť, že vyklíčia práve dve z nich?

- 20** Gotický štvorlístok je ornament, v ktorom sú do väčšej kružnice vpísané štyri rovnaké dotýkajúce sa menšie kružnice, ako vidíte na obrázku. Polomer veľkej kružnice je jeden meter. Vypočítajte v metroch polomer menšej kružnice.



Časť II

V každej z úloh **21** až **30** je správna práve jedna z ponúkaných odpovedí **(A)** až **(E)**. Svoju odpoveď zaznačte krížikom v príslušnom políčku odpovedového hárka.

Obrázky slúžia len na ilustráciu, nahrádzajú vaše náčrty, dĺžky a uhly v nich nemusia presne zodpovedať údajom zo zadania úlohy.

21 Koľko celočíselných riešení má nerovnica $12 - 4x \geq x^2$?

- (A) 3
- (B) 7
- (C) 8
- (D) 9
- (E) 11

22 Juraj, Filip, Karol a Milan si plánovali jarne prázdniny. Každý z chlapcov vyslovil svoje želanie.

Juraj: „Chcem ísť do Vysokých Tatier alebo bývať v hoteli.“

Filip: „Chcem ísť do Vysokých Tatier a bývať v chate.“

Karol: „Ak nepôjdeme do Vysokých Tatier, tak chcem bývať v hoteli.“

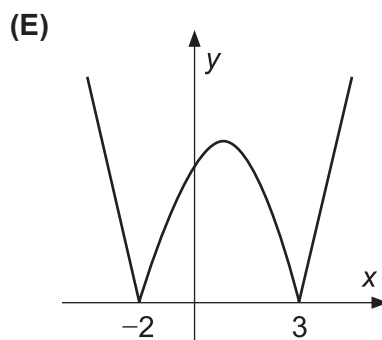
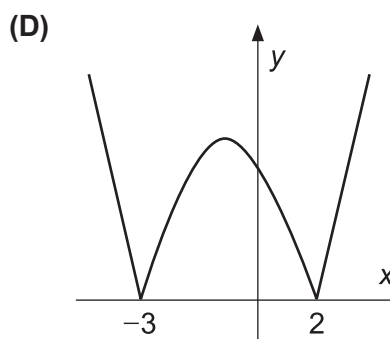
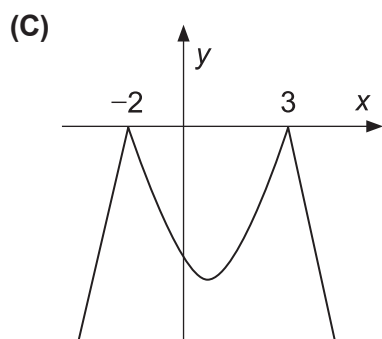
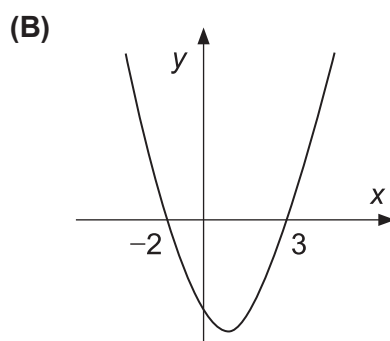
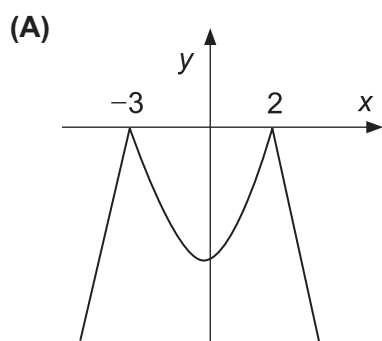
Milan: „Ak pôjdeme do Vysokých Tatier, tak chcem bývať v chate alebo chcem, aby sme mali v cene ubytovania aj raňajky.“

Nakoniec všetci išli na jar do Vysokých Tatier, bývali v hoteli a v cene ubytovania mali raňajky.

Vyberte možnosť, v ktorej sú všetci chlapci so splneným želaním.

- (A) Juraj, Karol a Milan
- (B) Juraj a Filip
- (C) Karol, Filip a Milan
- (D) Karol a Milan
- (E) Juraj, Filip a Karol

23 Ktorý z nasledujúcich obrázkov je grafom funkcie $y = \left| \left(x - \frac{1}{2} \right)^2 - \frac{25}{4} \right|$?



24 Inverzná funkcia k funkcii $f(x) = \sqrt{x-3} + 1$ pre $x \geq 3$ je funkcia:

(A) $f^{-1}(x) = x^2 + 2$ pre $x \geq 1$

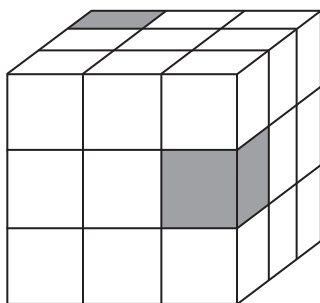
(B) $f^{-1}(x) = (x+1)^2 + 3$ pre $x \geq 1$

(C) $f^{-1}(x) = (x+1)^2 - 3$ pre $x \geq 1$

(D) $f^{-1}(x) = (x-1)^2 + 3$ pre $x \geq 1$

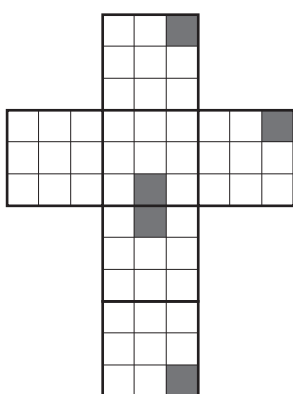
(E) $f^{-1}(x) = (x-1)^2 - 3$ pre $x \geq 1$

25 Kocka je zložená z $3 \times 3 \times 3$ malých kociek, z ktorých sú 2 čierne a 25 je bielych.

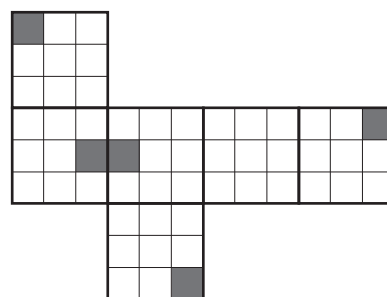


Určte, ktorá zo sietí nie je sieťou tejto kocky.

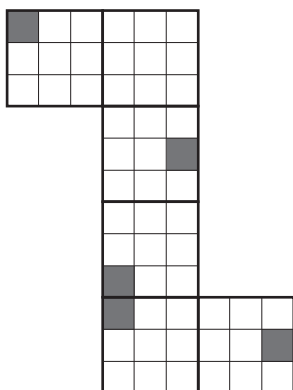
(A)



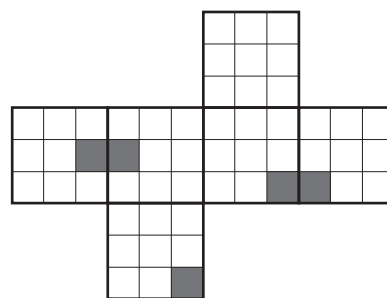
(B)



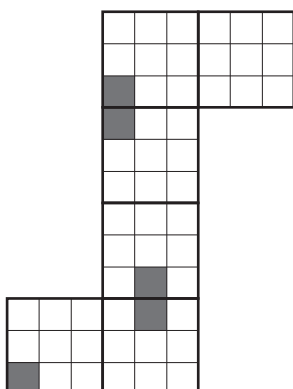
(C)



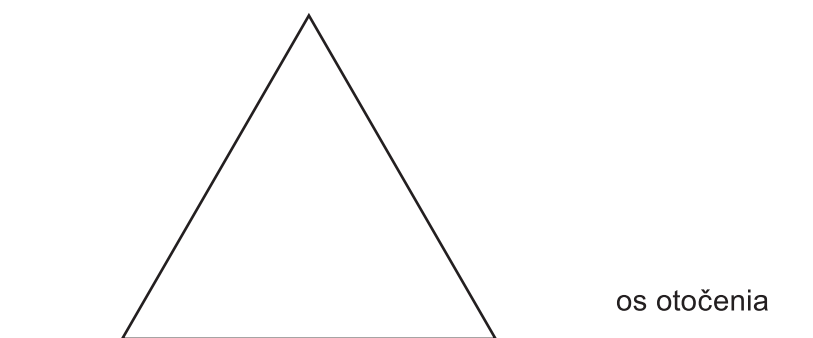
(D)



(E)



- 26** Rotačné teleso vzniklo rotáciou rovnostranného trojuholníka s dĺžkou strany $a = 2$ cm okolo jednej z jeho strán. Vypočítajte objem tohto rotačného telesa.

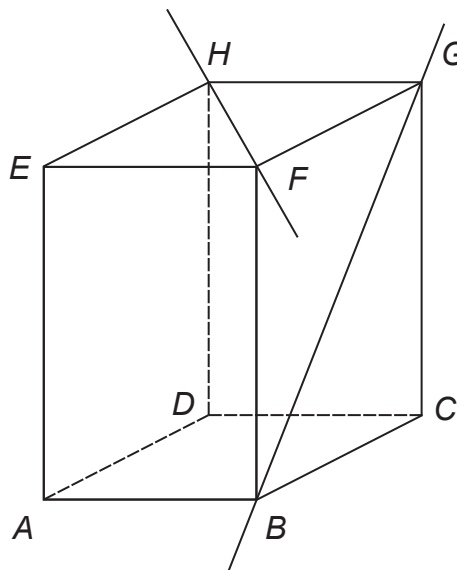


- (A) $\pi \text{ cm}^3$
 (B) $2\pi\sqrt{3} \text{ cm}^3$
 (C) $\frac{2\pi\sqrt{3}}{3} \text{ cm}^3$
 (D) $\frac{\pi\sqrt{3}}{3} \text{ cm}^3$
 (E) $2\pi \text{ cm}^3$

- 27** V ovocnom sade sú stromy vysadené v rade. Medzi dvoma susednými stromami je vždy dvojmetrová medzera. Janko v sade každý deň beháva popri stromoch v rade. Aby sa zabavil, beží od prvého stromu k druhému a naspäť, potom od prvého k tretiemu a naspäť, ďalej od prvého k štvrtému a naspäť, atď. Ku ktorému najvzdialenejšiemu stromu podľa poradia dobehne, ak začína aj končí pri prvom strome a neubehne viac ako 500 metrov?

- (A) k 13.
 (B) k 14.
 (C) k 15.
 (D) k 16.
 (E) k 17.

- 28** Je daný kváder $ABCDEFGH$. Vieme, že $|AB| = 1$ cm, $|BC| = 2$ cm, $|AE| = 3$ cm. Vypočítajte v stupňoch veľkosť uhla, ktorý zvierajú priamky BG a FH .



- (A) $60,26^\circ$
- (B) $61,29^\circ$
- (C) $69,30^\circ$
- (D) $71,94^\circ$
- (E) $81,87^\circ$

- 29** Graf funkcie $y = \log_2 x$ sa pretína s grafom funkcie $y = (x - 2)^2$ v dvoch bodoch $A = [x_a; y_a]$ a $B = [x_b; y_b]$. Ktoré z tvrdení o týchto bodoch je pravdivé?

- (A) $x_a, x_b \in (-\infty; 2)$
- (B) $x_a, x_b \in \langle 1; 3 \rangle$
- (C) $x_a, x_b \in (1; 4)$
- (D) $x_a, x_b \in (2; 4)$
- (E) $x_a, x_b \in \langle 3; \infty \rangle$

- 30** Koľko sedemciferných čísel sa dá napísať číslicami 5, 7, 8, 8, 0, 0, 0?

- (A) 120
- (B) 240
- (C) 420
- (D) 2520
- (E) 5040

KONIEC TESTU

PREHĽAD VZŤAHOV

Mocniny:

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y} \quad (a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x} \quad a^{-x} = \frac{1}{a^x} \quad a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$$

Goniometrické funkcie:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cos x \quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
	0°	30°	45°	60°	90°
sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometria: Sínusová veta: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r$ Kosínusová veta: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$

Logaritmus: $\log_z(x \cdot y) = \log_z x + \log_z y$ $\log_z \frac{x}{y} = \log_z x - \log_z y$

$$\log_z x^k = k \cdot \log_z x \quad \log_y x = \frac{\log_z x}{\log_z y}$$

Aritmetická postupnosť: $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$ $s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

Geometrická postupnosť: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ $s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}, q \neq 1$

Kombinatorika: $P(n) = n!$ $V(k, n) = \frac{n!}{(n-k)!}$ $C(k, n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! k!}$

$$P' = (n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!} \quad V' = (k, n) = n^k \quad C'(k, n) = \binom{n+k-1}{k}$$

Analytická geometria: Parametrické vyjadrenie priamky: $X = A + t\vec{u}, t \in R$

Všeobecná rovnica priamky: $ax + by + c = 0; [a; b] \neq [0; 0]$

Uhol vektorov: $\cos \varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$

Vzdialenosť bodu $M[m_1; m_2]$ od priamky $p: ax + by + c = 0$: $|Mp| = \frac{|am_1 + bm_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Stredový tvar rovnice kružnice: $(x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2$

Objemy a povrchy telies:

	kváder	valec	ihlan	kužeľ	guľa
objem	abc	$\pi r^2 v$	$\frac{1}{3} S_p v$	$\frac{1}{3} \pi r^2 v$	$\frac{4}{3} \pi r^3$
povrch	$2(ab + ac + bc)$	$2\pi r^2 + 2\pi r v$	$S_p + S_{pl}$	$\pi r^2 + \pi r s$	$4\pi r^2$

Pokyny na vyplňovanie odpoveďového hárka

Odpoveďové hárky budú skenované, nesmú sa kopírovať, krčiť ani prehýbať.

Dodržte nasledujúce pokyny, aby skener vedel prečítať vaše odpovede.

- Píšte perom s čiernou alebo modrou náplňou. Nepoužívajte tradičné plniace perá, veľmi tenko píšuče perá, obyčajné ceruzky ani pentelky.
- Výsledok úlohy s krátkou odpoveďou vyjadrite pomocou celého čísla alebo desatinného čísla. Ak je výsledok celé číslo alebo desatinné číslo s najviac dvoma desatinnými miestami, zapíšete ho **presný**. Ak je výsledok desatinné číslo s viac ako dvoma desatinnými miestami, zapíšete ho **zaokrúhlený na dve desatinné miesta**.
- Jednotlivé číslice výsledku zapíšete do príslušných políčok. Do políčka napíšete najviac jednu číslicu alebo znamienko „-“ (mínus).
- Pri zápise rešpektujte predtlačенú polohu desatinnej čiarky. Znamienko „-“ (mínus) napíšete do samostatného políčka pred prvú číslicu.
- Ak je váš výsledok celé číslo, nevypĺňajte políčka za desatinnou čiarkou.
- Označenie jednotiek (stupne, metre, minúty,...) nezapisujte.

Napríklad:

výsledok 4 633 zapíšete:

4 6 3 3 ,

výsledok 81,424 61 m zapíšete:

8 1 , 4 2

výsledok (pomer) $1 : 8 = 0,125$ zapíšete:

0 , 1 3

výsledok (zlomok) $\frac{5}{3} = 1,\bar{6}$ zapíšete:

1 , 6 7

- V prípade chybného zápisu výsledku nepožadujte nový odpoveďový hárk. Políčko s chybným údajom úplne zaplňte a správny údaj napíšete pred alebo za zaplnené políčko.

- **Správne** zapísaný výsledok -3,1:

- 3 , 1

- **Nesprávne** zapísaný výsledok -3,1:

- , 3 , 1

- Oprava predchádzajúceho zápisu:

- 3 , 1

- 3 , 1

- Odpoveď na úlohu s výberom odpovede označíte krížikom X do príslušného políčka.

- **Správne** zaznačenie odpovede (C):

A	B	C	D	E
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- **Nesprávne** zaznačenie odpovede (C):

A	B	C	D	E
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

A	B	C	D	E
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- Keď sa pomýlite alebo neskôr zmeníte názor, úplne zaplňte políčko s nesprávnym krížikom a urobte nový krížik:

A	B	C	D	E
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input style="background-color: black;" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- Ak náhodou znovu zmeníte názor a chcete zaznačiť pôvodnú odpoveď, urobte krížiky do všetkých políčok a zaplnené políčko dajte do krúžku:

A	B	C	D	E
<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

Neotvárajte test, pokiaľ nedostanete pokyn!